

拓扑优化密度映射的非均匀蜂窝结构设计方法

邢昊¹⁾, 敬石开^{1)*}, 张贺¹⁾, 赵芳垒¹⁾, 李鹏健²⁾

¹⁾(北京理工大学机械与车辆学院 北京 100081)

²⁾(广东神舟航天智能制造技术研究院 佛山 528051)
(jingshikai@bit.edu.cn)

摘要: 针对二维蜂窝结构在共面方向集中载荷作用下承载性能的不足, 提出一种基于拓扑优化密度映射的非均匀蜂窝结构设计方法. 该方法将拓扑微单元的密度信息映射到蜂窝胞元的壁厚上, 并采用响应面与协同优化方法对蜂窝胞元尺寸参数和密度映射权重参数进行优化, 获得胞元壁厚非均匀的蜂窝结构. 最后通过三维打印制造非均匀蜂窝试件, 与等体积均匀蜂窝进行三点弯曲实验对比, 证明文中方法所设计的结构能够提高蜂窝结构的局部强度.

关键词: 非均匀蜂窝; 拓扑优化; 密度映射法; 三维打印
中图分类号: TP391.7

A Non-Uniform Honeycomb Design Method Based on Topology Optimization Density Mapping

Xing Hao¹⁾, Jing Shikai^{1)*}, Zhang He¹⁾, Zhao Fanglei¹⁾, and Li Pengjian²⁾

¹⁾(School of Mechanical Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081)

²⁾(Guangdong Shenzhou Aerospace Manufacturing Technology Institute, Foshan 528051)

Abstract: Aiming at the problem that honeycomb structure is fragile under concentrated load in the in-plane direction, a design method of non-uniform honeycomb structures is proposed using topology optimization density mapping. The method mapped the density information from topology optimization results to the wall thickness of honeycomb cells. Then a honeycomb structure with non-uniform wall thickness is obtained through optimizing the honeycomb cell size and density mapping parameters with response surface method and collaborative optimization strategy. A test-piece of the non-uniform honeycomb is fabricated by 3D printing technology and tested under three-point bending, compared with an equivolumental uniform honeycomb. It is validated that the proposed method could generate a non-uniform honeycomb structure with higher local load-bearing capacity.

Key words: non-uniform honeycomb; topology optimization; density mapping method; 3D printing

蜂窝结构是一种由许多柱状孔穴胞元密铺组成的多孔结构, 这种结构在节省材料的同时又保证了较高的比强度与比刚度. 由于蜂窝结构具有较好的冲击能量吸收性能和较高的强度质量比, 被广泛应用于航空航天、汽车工业、桥梁建筑等领

域^[1-3]. 为充分发挥蜂窝结构轻质高强度的优势, 蜂窝结构的力学特性一直是轻质材料结构领域研究的热点和难点. 早期的研究^[4-5]根据标准梁理论分析六边形蜂窝结构的变形规律, 通过理论推导与实验给出了规则蜂窝结构的等效弹性参数计算

收稿日期: 2016-04-29; 修回日期: 2016-10-11. 基金项目: 国家“八六三”高技术研究发展计划(2015AA042505). 邢昊(1991—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为三维打印、拓扑优化; 敬石开(1975—), 男, 博士, 副教授, 硕士生导师, 论文通讯作者, 主要研究方向为产品创新设计、三维打印; 张贺(1991—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为三维打印、功能梯度材料; 赵芳垒(1991—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为三维打印; 李鹏健(1988—), 男, 硕士, 工程师, 主要研究方向为产品创新设计、拓扑优化.

公式. 从与工程应用结合的角度出发, 部分研究从数值模拟和实验角度^[6-7]分析了蜂窝结构的压缩、失稳和破坏机制. 然而这些研究主要针对简单的规则正六边形蜂窝, 没有考虑到蜂窝胞元的形状对蜂窝结构力学性能的影响. 通过多种胞元形状的周期型蜂窝结构力学性能对比, 一些研究发现组合型的蜂窝能够提高蜂窝结构的特定性能^[8-9]. 另外, 胞元结构的层次性和密度梯度变化对蜂窝结构的共面力学性能也有显著影响^[10-11]. 不同形状胞元蜂窝的对比研究结果表明, 蜂窝胞元的组合与变化可以提高蜂窝结构的力学性能; 然而受制造技术的限制, 这些研究仍局限于周期性的蜂窝结构.

近年来, 随着三维打印技术的发展, 具有特殊形状胞元或非均匀分布胞元蜂窝的制造成为可能, 许多研究者在这此基础上进一步挖掘非均匀蜂窝的性能优化潜力. Correa 等^[12]设计了一种能够在载荷卸去后恢复原形的负刚度蜂窝结构, 利用选区激光烧结工艺制造出实际产品并进行压缩实验, 证明该蜂窝具有比均匀蜂窝更好的冲击能量吸收性能. Ju 等^[13]设计了用于非气动轮胎的 6 种蜂窝结构, 并求解最优化的轮胎设计参数值, 使得在减轻轮胎质量的同时提高轮胎的抗疲劳强度. Riss 等^[14]利用轻量化方法设计了负载依赖的夹层蜂窝结构, 将蜂窝结构映射到自由曲面上, 并利用有限元分析的应力值对结构进行优化, 获得结构应力均匀分布的蜂窝结构.

除了平面蜂窝结构的设计外, 立体类蜂窝结构的优化设计也成为近年的研究热点, Song 等^[15]研究了封闭单元构成的立体类蜂窝结构动态压缩性能, 发现单元形状的不规则性能够提高平台应力值和密实化过程的应变能, Lu 等^[16]以立体 Voronoi 图将模型分割为许多类蜂窝单元, 使用距离场函数设计单元内空腔, 并根据应力图调整单元中心位置得到强度优化的类蜂窝结构.

从已有研究可以看出, 蜂窝结构的研究从均匀胞元蜂窝的力学分析逐渐转移到不同形状胞元的设计优化, 通过改变蜂窝胞元形状可实现蜂窝结构力学性能进一步的提升. 但是, 这些研究中蜂窝结构依然由壁厚相同的均匀胞元组成, 其等壁厚的设计限制了蜂窝结构的优化空间, 如果实现蜂窝结构各胞元的壁厚非均匀变化, 则可使结构的材料更合理地分布. 本文针对二维蜂窝结构在共面方向集中载荷作用下承载性能不足的问题, 提出一种非均匀壁厚蜂窝结构的设计方法.

1 蜂窝结构的共面方向与壁厚因素

蜂窝结构是由许多带孔穴柱形胞元堆叠组成的实体, 如图 1 所示. 孔穴胞元的柱形特征使得蜂窝结构在垂直柱体和水平柱体方向的力学性能有较大差异. 一般将垂直柱体的方向称为共面方向或面内方向, 即图中 x 轴与 y 轴所在平面的任意方向; 平行柱体方向称为异面方向或面外方向, 即图中 z 轴方向.

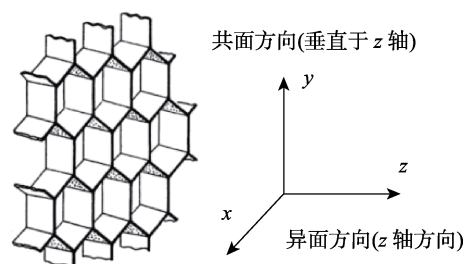


图 1 蜂窝结构的异面与共面方向

Gibson 等^[17]对规则六边形蜂窝结构的共面和异面方向进行了拉伸压缩力学试验, 发现蜂窝结构在异面方向的拉压强度和刚度远大于共面方向. 因此, 在工程应用中利用蜂窝结构异面方向的高强度特性制造抗静载的轻质结构体. 但是当蜂窝胞元的壁厚较薄时, 尤其是蜂窝柱体较长的情况下, 共面方向的集中载荷容易引起异面方向的失稳坍塌^[18].

传统制造工艺中, 蜂窝结构的制造是通过许多弯曲薄板的接合实现的, 一般薄板的厚度小于胞元尺寸的 $1/6$, 因此以往的蜂窝结构研究都忽略了胞元壁厚因素对蜂窝结构性能的影响, 在壁厚远小于蜂窝胞元尺寸的假设下将蜂窝结构简化为壳结构进行力学性能分析. 随着三维打印技术的出现^[19], 尤其是金属增材制造技术的成熟^[20], 使得非均匀蜂窝结构的快速制造成为可能. 但针对蜂窝结构壁厚优化的相关研究较少, Zhang 等^[21]结合拓扑优化与有限元分析设计了不同直径圆孔阵列构成的类蜂窝结构, 该方法实现了类似不均匀壁厚变化的蜂窝设计, 但圆孔形的设计无法最大化地减少蜂窝结构的材料. Kou 等^[22]使用二维 Voronoi 单元设计了不规则单元的多孔结构, 但由于二维 Voronoi 单元的随机性, 设计结构的细薄处仍然较为脆弱, 无法保证承载性能. 考虑到以上问题, 本文研究变壁厚的二维蜂窝结构设计方法, 通过非均匀的胞元壁厚设计增强蜂窝结构共面方向的承载能力.

2 非均匀蜂窝结构的生成式设计

本文提出一种基于拓扑优化密度映射的非均匀蜂窝结构生成设计方法。以正六边形蜂窝结构为例,给出了该方法的设计流程。本文设计蜂窝的非均匀特性体现在胞元的壁厚上,以蜂窝的相对密度为中介,利用拓扑优化的微单元密度值计算蜂窝胞元的壁厚。

2.1 蜂窝结构的设计参数

蜂窝结构设计的基本组成元素是其胞元结构,如图 2 所示。第 i 个六边形蜂窝胞元可由 3 个参数描述:蜂窝胞元棱长 l_i 、蜂窝胞元壁厚 t_i 和蜂窝胞元孔径 a_i 。根据正六边形蜂窝的几何特征,可以推导出这 3 个参数满足

$$\sqrt{3}l_i = 2t_i + a_i \quad (1)$$

因此,只要确定了式(1)其中 2 个参数,就能够完全描述一个六边形截面的蜂窝胞元。

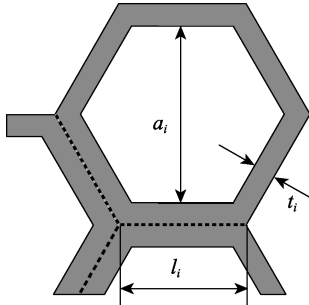


图 2 单个蜂窝胞元的设计参数

蜂窝结构的另一个重要参数为相对密度(relative density, RD),它表示蜂窝结构中实体材料相对于所占据空间的体积分数。为了实现不同壁厚蜂窝结构的生成设计,需要建立蜂窝胞元壁厚与相对密度的函数关系。对第 i 个蜂窝胞元而言,其相对密度 RD_i 可以表示为

$$RD_i = \frac{\rho_b}{\rho_s} = \frac{m}{V_b} = \frac{V_s}{V_b} \quad (2)$$

其中, ρ_b 表示蜂窝材料的整体密度, ρ_s 表示用于制造蜂窝结构的材料密度, m 指蜂窝的质量, V_b 指蜂窝结构包围区域的体积, V_s 指蜂窝结构的实际体积。根据六边形蜂窝的几何特征可计算 V_b 和 V_s ,

$$V_b = 6 \times \left(\frac{1}{2} \times l_i \times \frac{\sqrt{3}}{2} l_i \right) \times H = \frac{3\sqrt{3}}{2} l_i^2 H \quad (3)$$

$$V_s = \frac{3\sqrt{3}}{2} \left[l_i^2 - \left(\frac{a_i}{\sqrt{3}} \right)^2 \right] H \quad (4)$$

其中, H 指蜂窝结构的柱体长度,根据式(1)~(4)可推导出蜂窝胞元相对密度与壁厚之间的函数关系为

$$t_i = \frac{\sqrt{3}}{2} l_i (1 - \sqrt{1 - RD_i}) \quad (5)$$

根据式(5)可知,对于给定的相对密度值可以唯一确定胞元的壁厚。当蜂窝胞元的相对密度为 1 时,壁厚为蜂窝胞元棱长的 $\sqrt{3}/2$ 倍,蜂窝胞元为实心结构;当蜂窝胞元的相对密度为 0 时,壁厚为 0,该蜂窝胞元消失。为了保证生成的非均匀蜂窝不出现上述 2 种特殊情况,使得蜂窝胞元具有良好的连接性,本文将蜂窝胞元的相对密度控制在 0.05~0.95。

2.2 拓扑优化密度映射法

拓扑优化是在形状优化、尺寸优化之上发展出的一种结构优化方法。根据设计空间内设定的支撑条件、载荷条件和其他约束,利用有限元分析对材料布局进行优化,使得结构的特定性能提升^[23]。

在设定的载荷与支撑条件下,拓扑优化根据有限元分析的结果获得一定材料分布的设计下结构变形、传热或导电的响应值;再使用非线性优化方法迭代,逐步逼近最优解,使得结构抗变形能力、热传导性或电传导性等性能得到优化。拓扑优化的数学模型可表示为

$$\begin{cases} \min f(\boldsymbol{\varphi}) = \mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U} = \sum_i \mathbf{u}_i^T \mathbf{k}_e \mathbf{u}_i \\ \text{s.t. } \mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{P} \\ V(\boldsymbol{\varphi}) - V_0 = \sum_i V_i(\varphi_i) - V_0 \leq 0 \\ 0 \leq \varphi_i \leq 1, i = 1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (6)$$

其中, \mathbf{P} 和 \mathbf{U} 分别为描述结构的载荷向量和位移向量; \mathbf{K} 为总体刚度矩阵; \mathbf{k}_e 为单元刚度矩阵; $\boldsymbol{\varphi}$ 为各微单元密度 φ_i 组成的密度矩阵;微单元体积为 $V_i(\varphi_i)$;微单元的节点位移向量为 \mathbf{u}_i ;微单元总个数为 N ;结构的体积约束上限为 V_0 ;对于给定的设计区域,若材料完全填充的总体积为 V_{\max} ,则可用 V_0/V_{\max} 确定材料总量,本文设置 $V_0/V_{\max} = 0.5$ 。

通过优化求解式(6),可以得到指定体积约束下密度矩阵 $\boldsymbol{\varphi}$ 的最佳分布,对应为拓扑优化所划分微单元密度的实数矩阵^[24]。本文以结构的变形响应作为拓扑优化的优化目标,获得承载性能优化的拓扑微单元密度矩阵,根据密度矩阵可获得如图 3 的拓扑微单元密度分布。图 3 中,黑色区域表示微单元密度值为 1,白色区域表示微单元密度值为 0,灰色区域表示微单元密度值介于 0~1。

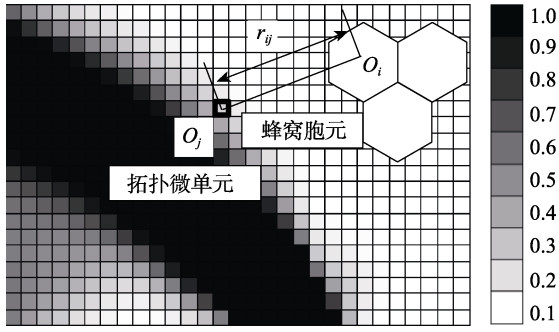


图 3 拓扑优化微单元与蜂窝胞元的映射关系

设置灰度单元有利于在拓扑优化的迭代过程中快速收敛到优化解, 但是过多的灰度单元会使得制造边界不清晰^[25]. 考虑到蜂窝结构在空间的均匀分布性, 本文将拓扑优化的密度值映射到蜂窝结构上, 使得灰度单元的信息能够转换为蜂窝胞元壁厚, 从而在一定程度上克服不可制造性的缺陷.

通过将拓扑微单元的密度信息映射到各个蜂窝胞元上, 可以得到蜂窝胞元实体权重的度量值, 称为映射密度. 本文使用全局密度映射方法^[26]. 通过拓扑微单元的密度计算出各蜂窝胞元的映射密度, 然后转换为蜂窝胞元的相对密度值, 再求出各蜂窝胞元的壁厚值, 从而得到与拓扑优化结果近似的非均匀蜂窝结构. 该密度映射过程的主要步骤如下:

Step1. 初始化蜂窝胞元的中心, 使其按六边形密铺的规则均匀分布, 蜂窝胞元棱长取统一的 L 值, 即 $l_i = L, i = 1, 2, \dots, N$.

Step2. 将拓扑优化的坐标系与蜂窝结构设计的坐标系建立映射关系, 计算各个拓扑微单元到蜂窝胞元中心的距离, 如图 3 所示. 第 i 个蜂窝胞元到第 j 个拓扑结构微单元的距离计算公式为

$$r_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (7)$$

Step3. 采用与距离相关的密度映射函数计算所有拓扑微单元对蜂窝胞元的综合影响, 得到每个蜂窝结构胞元的映射密度(mapping density, MD), 根据式(7)可将第 i 个蜂窝胞元的映射密度 MD_i 定义为

$$MD_i = \frac{\sum_{j=1}^N \varphi_j \times w(r_{ij})}{\sum_{j=1}^N w(r_{ij})} \quad (8)$$

其中, φ_j 为第 j 个拓扑微单元的密度值; $w(r_{ij}) = e^{-k \times r_{ij}}$ 为密度映射函数, N 为拓扑微单元的个数, 函数中 k 为映射系数, 该系数控制了密度映射过程中不同距离的权重变化.

Step4. 计算各个蜂窝胞元的壁厚值, 将映射密度等价于相对密度 RD_i , 即 $RD_i = MD_i$, 根据式(5)~(8)可计算蜂窝胞元的壁厚 t_i . 另外, 为了保证蜂窝胞元的连接性, 将 t_i 的取值截取到 0.05~0.95.

Step5. 根据蜂窝胞元的壁厚求出正六边形蜂窝胞元的内轮廓坐标, 如图 4 所示. 设蜂窝胞元外轮廓正六边形坐标为 $(X_i, Y_i), i = 1, 2, \dots, 6$, 蜂窝胞元的中心坐标为 (x_o, y_o) , 内轮廓六边形顶点的坐标为 $(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, 6$. 根据定比分点原理, 可以得到轮廓点坐标的计算公式

$$x_i = \frac{\left(\frac{\sqrt{3}L}{2t} - 1\right)X_i + x_o}{\frac{\sqrt{3}L}{2t}}, \quad i = 1, 2, \dots, 6,$$

$$y_i = \frac{\left(\frac{\sqrt{3}L}{2t} - 1\right)Y_i + y_o}{\frac{\sqrt{3}L}{2t}}, \quad i = 1, 2, \dots, 6.$$

Step6. 根据蜂窝胞元轮廓的坐标数据生成蜂窝截面的二维草图, 再进行柱体拉伸操作生成实体模型.

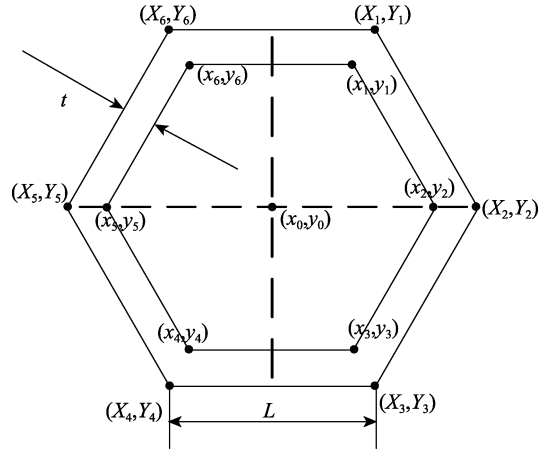


图 4 蜂窝胞元的轮廓与坐标

根据确定的蜂窝胞元相对密度和蜂窝胞元尺寸可以计算出整个蜂窝结构的体积, 在外力载荷设置下, 通过有限元分析可以得到结构的最大位移值. 不同的蜂窝胞元棱长 L 和映射系数 k 会影响非均匀蜂窝结构的力学性能. 在最大位移约束下减少结构体积能够节省材料, 在体积约束下使最大位移值最小化将提高结构的承载性能. 因此, 本文还将通过有限元数值仿真获得的结构响应, 求解优化的蜂窝胞元棱长 L 和映射系数 k 值.

3 蜂窝胞元设计参数的优化

由于非均匀蜂窝的结构复杂性, 在外部载荷作用下, 非均匀蜂窝胞元的变形过程为非线性过程,

无法采用显式的力学模型描述, 因此, 为探究蜂窝胞元尺寸和映射函数系数对非均匀蜂窝结构共面压缩性能的影响, 本文采用实验设计方法建立体积与最大位移的响应面模型, 通过有限元分析计算不同蜂窝胞元尺寸与映射系数下的非均匀蜂窝结构体积与最大位移响应, 然后根据协同优化方法求解优化的蜂窝胞元棱长和映射函数参数值.

3.1 优化变量取值范围

由于指数函数具有随着自变量的增大而减小且呈现非线性变化的特性, 因此本文采用指数函数作为映射函数. 如图 5 所示, 绘制不同系数下映射函数 $w(r_{ij}) = e^{-k \times r_{ij}}$ 的函数图像, 函数图像反映出蜂窝胞元与拓扑微单元之间的距离变化对拓扑微单元密度的映射权重的影响, 这种影响体现为拓扑微单元相对蜂窝胞元距离的惩罚.

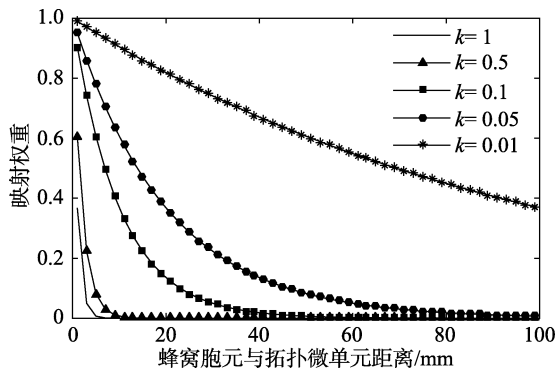


图 5 不同映射参数下的映射权重函数

从图 5 可以看出, 映射参数 k 越大, 对蜂窝胞元与拓扑单元之间距离的惩罚效果就越强. 为了使各个蜂窝之间的尺寸保持一定的区分度, 本文所分析的映射参数 k 取值范围为 0.05~0.5.

在非均匀蜂窝结构生成的过程中, 若蜂窝胞元尺寸选取过小, 则蜂窝单元数量变得巨大, 且过细的尺寸设计无法精确制造, 而当蜂窝胞元过大

时, 残缺蜂窝胞元占总蜂窝胞元数的比例将会增大. 本文案例中设置蜂窝截面设计区域为 $80 \text{ mm} \times 20 \text{ mm}$, 因此设置的蜂窝胞元尺寸 L 取值范围为 $1 \sim 3 \text{ mm}$. 结合三点弯曲实验的要求, 为保证试件夹持的稳定性, 设置蜂窝结构的拉伸长度为 10 mm . 拓扑优化的区域分割为 80×20 的拓扑微单元.

3.2 非均匀蜂窝结构的有限元分析

非均匀蜂窝结构的体积和最大变形量是蜂窝结构优化中作为设计目标的关键性能参数, 它们之间存在一定的耦合关系, 在本文所提出的非均匀蜂窝设计下, 这 2 个设计目标由胞元尺寸和映射参数 2 个设计变量所共同影响. 因此本文采用协同优化算法, 针对非均匀蜂窝结构的体积最小化和最大变形量最小化的目标, 在蜂窝结构体积一定的约束下对构建蜂窝胞元尺寸 L 和映射函数系数 k 进行优化.

采取全因子实验设计方法确定不同的蜂窝胞元尺寸与映射参数, 得到对应模型的体积与三点弯曲试验的最大变形量. 胞元尺寸取 1.25, 1.50, 1.75, 2.00 和 2.25 共 5 个水平; 映射参数取 0.07, 0.14, 0.21, 0.28, 0.35 和 0.42 共 6 个水平, 两参数相互组合共 30 种情况. 结合本文方法利用几何造型软件对非均匀蜂窝结构进行几何建模, 生成模型的部分结果如表 1 所示.

使用有限元仿真软件构建非均匀蜂窝结构的仿真模型^[27], 并根据三点弯曲的实验设置对其进行有限元分析, 为了与实际进行对比, 在有限元仿真中设置材料为 PLA^[28], 弹性模量为 $2\ 636 \text{ MPa}$, 泊松比为 0.36, 密度为 1.24 g/cm^3 . 设置集中力载荷大小为 300 N , 避免超出蜂窝结构在实际的加载过程的破坏极限, 外载荷设置于试样顶面正中; 固定约束的支撑点位对称分布于蜂窝结构的底面, 间距为 60 mm .

表 1 不同胞元尺寸和不同映射参数的非均匀蜂窝结构

L	k		
	0.14	0.28	0.42
1.25			
1.75			
2.25			

3.3 非均匀蜂窝设计参数的协同优化

利用几何造型软件的模型分析功能可获得所生成非均匀蜂窝结构模型的体积大小, 结合全因子实验设计的有限元分析结果拟合出蜂窝体积与最大位移的响应面, 进而得到蜂窝体积 V 和最大位移 M 的响应面二次带交叉项拟合表达式

$$V = 4.26 - 3.78L - 4.07k + 1.09L^2 + 5.15k^2 - 0.03Lk,$$

$$M = -3.32 + 4.89L - 0.03k - 1.39L^2 - 0.09k^2 - 0.25Lk.$$

根据响应面方程, 使用协同优化方法^[29]对蜂窝的胞元尺寸和映射函数参数值进行优化. 将原始设计的系统级优化分解为“体积”与“最大变形”2 个子系统优化. 设系统优化目标为 Z , 蜂窝体积 V 与最大位移 M 分别为子系统优化目标, 建立协同优化模型

$$\begin{cases} \min Z = V(k, L) \times M(k, L) \\ \text{s.t. } k_{\min} \leq k \leq k_{\max} \\ L_{\min} \leq L \leq L_{\max} \end{cases}$$

根据第 3.2 节的参数取值范围分析, 本例中设置 $k_{\min}=0.05$, $k_{\max}=0.5$, $l_{\min}=1 \text{ mm}$, $l_{\max}=3 \text{ mm}$. 采用协同优化软件实现该模型的优化, 采用连续二阶 NLPQLP 优化算法, 得到优化的蜂窝胞元尺寸 $L_{\text{opt}} = 2.39 \text{ mm}$, 映射函数参数 $k_{\text{opt}}=0.44$, 其迭代过程如图 6 所示.

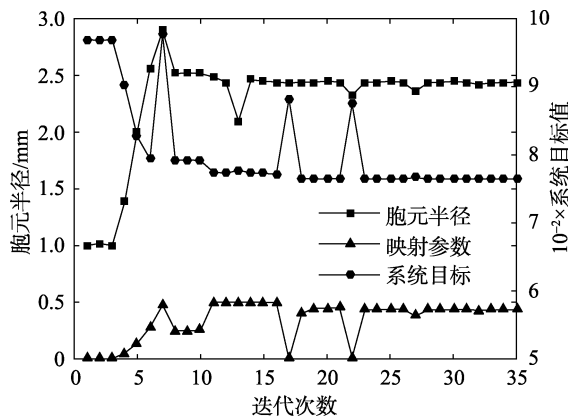


图 6 设计参数优化迭代过程及结果

蜂窝体积 V 和最大位移 M 分别对应材料节省目标和强度提升的优化目标, 为了比较本文所提出的优化方法的有效性, 还需比较本文方法设计的非均匀蜂窝结构与等体积蜂窝结构的承载性能.

4 实验及结果分析

为了验证本文提出的非均匀蜂窝结构设计在共面压缩方向上的性能提升效果, 设计与非均匀

蜂窝结构具有相同胞元尺寸的等体积均匀蜂窝结构. 均匀蜂窝的截面尺寸同样为 $80 \text{ mm} \times 20 \text{ mm}$, 拉伸长度为 10 mm , 蜂窝胞元尺寸为 2.39 mm . 根据所设计的非均匀蜂窝结构体积 8777.1 mm^3 , 计算出等体积均匀蜂窝的壁厚约为 0.71 mm , 生成均匀蜂窝结构. 使用 MakerBot Replicator2 三维打印机制造非均匀蜂窝与等体积均匀蜂窝的实际试件, 采用 INSTRON5985 型电子式万能材料试验机对其进行三点弯曲试验, 如图 7 所示.

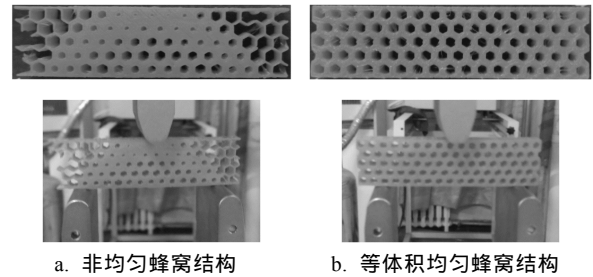


图 7 三维打印的实际试件及实验设置

为避免偶然因素干扰, 制造 3 组相同的产品进行实验对比, 位移结果取 3 组的平均值. 实验过程的弯曲载荷-位移曲线如图 8 所示, 实验结果如表 2 所示.

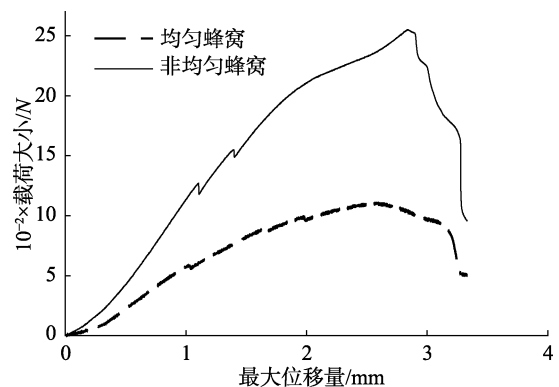


图 8 非均匀蜂窝与均匀蜂窝的弯曲载荷-位移曲线

表 2 三点弯曲实验结果

蜂窝类型	最大载荷/N	弯曲刚度/(N/mm)	最大载荷处弯曲应力/MPa
非均匀蜂窝	2555.63	1448.92	57.502
均匀蜂窝	1169.11	728.03	26.305

从图 8 可以看出, 在弯曲点变形量由小到大的变化过程中, 同等大小的载荷下非均匀蜂窝的变形量始终比均匀结构蜂窝要小, 并且载荷的值越大, 2 种蜂窝结构在共面方向弯曲变形量差值也越明显. 在变形过程中, 由于存在单个胞元破坏的

情况, 曲线存在因胞元破坏而载荷发生变化的波动. 由测试数据可知, 在 300 N 的载荷下, 非均匀蜂窝结构的弯曲位移量为 0.385 mm, 等体积均匀蜂窝结构的弯曲位移量为 0.601 mm. 在线性变形阶段, 非均匀蜂窝结构的弯曲刚度为 1 448.92 N/mm, 均匀蜂窝结构的弯曲刚度为 728.03 N/mm. 非均匀蜂窝结构的最大载荷为 2555.63 N, 均匀蜂窝的最大载荷为 1169.11 N.

从上述结果可以看出, 本文所提出的非均匀蜂窝结构设计方法能够显著提高蜂窝结构的共面压缩性能. 在三点弯曲的实验中, 相较于等体积均匀蜂窝结构, 非均匀蜂窝的刚度提升了 99%、最大载荷提高了 118%. 而 Zhang 等^[21]中非均匀蜂窝结构的抗弯强度仅提升 37%. 与等体积的均匀蜂窝结构相比, 本文方法能够很好地提升蜂窝结构的承载性能.

5 结 语

本文提出一种基于拓扑优化全局密度映射的非均匀蜂窝结构设计方法, 将拓扑优化结果的密度信息映射到蜂窝结构的胞元壁厚参数上, 使蜂窝结构的局部等效密度分布近似于拓扑优化结果, 从而提高蜂窝结构的共面压缩力学性能. 使用响应面拟合与协同优化方法对蜂窝的胞元尺寸与映射参数进行了优化, 获得该映射模式下的体积最小化、刚度最大化的非均匀蜂窝结构设计.

将所设计的非均匀蜂窝结构与等体积均匀蜂窝结构进行三点弯曲实验对比, 结果表明, 本文方法能够有效地提高蜂窝结构的承载性能. 但本文讨论的蜂窝结构仅限于拉伸的平面蜂窝结构, 且未讨论拉伸长度对优化结果的影响, 未来还可将本文方法扩展到立体类蜂窝结构上, 使用空间拓扑优化算法实现立体结构的优化.

本文方法具有以下几方面意义:

1) 提出一种针对集中载荷下非均匀蜂窝的设计优化方法, 利用拓扑优化的信息提升其共面压缩性能, 得到载荷方向上共面压缩性能显著优于均匀蜂窝的设计.

2) 避免了拓扑优化结果中灰度密度单元无法制造的问题, 使用蜂窝结构的壁厚设计参数作为明确可控的设计变量, 给出拓扑优化结果的一种制造途径.

3) 与现有的映射方法相比, 本文采用协同优

化的方法能够通过调整映射参数进一步得到承载性能优化的蜂窝结构.

参考文献(References):

- [1] Dempsey B M, Eisele S, McDowell D L. Heat sink applications of extruded metal honeycombs[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2005, 48(3/4): 527-535
- [2] Vos R, Barrett R. Pressure adaptive honeycomb: a new adaptive structure for aerospace applications[C] // *Proceedings of SPIE*. Bellingham: Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers Press, 2010, 7647: Article No.76472B
- [3] Davalos J F, Qiao P Z, Xu X F, *et al.* Modeling and characterization of fiber-reinforced plastic honeycomb sandwich panels for highway bridge applications[J]. *Composite Structures*, 2001, 52(3/4): 441-452
- [4] Gibson L J, Ashby M F, Schajer G S, *et al.* The mechanics of two-dimensional cellular materials[C] // *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. London: The Royal Society Press, 1982, 382(1782): 25-42
- [5] Fu Minghui, Yin Jiuren. Equivalent elastic parameters of the honeycomb core[J]. *Acta Mechanica Sinica*, 1999, 31(1): 113-118(in Chinese)
(富明慧, 尹久仁. 蜂窝芯层的等效弹性参数[J]. *力学学报*, 1999, 31(1): 113-118)
- [6] Wang Fei, Li Jianrong, Yu Jilin. A study of instability and collapse of aluminum honeycomb under uniaxial compression [J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2001, 33(6): 741-748 (in Chinese)
(王 飞, 李剑荣, 虞吉林. 铝蜂窝结构单向压缩变形, 失稳和破坏机制的数值研究[J]. *力学学报*, 2001, 33(6): 741-748)
- [7] Zhou Q, Mayer R R. Characterization of aluminum honeycomb material failure in large deformation compression, shear, and tearing[J]. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 2002, 124(4): 412-420
- [8] Wang A J, McDowell D L. In-plane stiffness and yield strength of periodic metal honeycombs[J]. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 2004, 126(2): 137-156
- [9] Wang Bo, Zhang Xiong, Xu Shengli. Mechanical behavior of 2D periodic honeycombs under in-plane uniaxial compression [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2009, 41(2): 274-281(in Chinese)
(王 博, 张 雄, 徐胜利. 2D 周期蜂窝结构面内静动态压缩力学行为研究[J]. *力学学报*, 2009, 41(2): 274-281)
- [10] Taylor C M, Smith C W, Miller W, *et al.* The effects of hierarchy on the in-plane elastic properties of honeycombs[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2011, 48(9): 1330-1339
- [11] Liu Ying, He Zhangquan, Wu Hexiang, *et al.* In-plane dynamic crushing of functionally layered metal honeycombs[J]. *Explosion and Shock Waves*, 2011, 31(3): 225-231(in Chinese)
(刘 颖, 何章权, 吴鹤翔, 等. 分层递变梯度蜂窝材料的面内冲击性能[J]. *爆炸与冲击*, 2011, 31(3): 225-231)
- [12] Correa D M, Klatt T, Cortes S, *et al.* Negative stiffness honeycombs for recoverable shock isolation[J]. *Rapid Prototyping*

- Journal, 2015, 21(2): 193-200
- [13] Ju J, Kim D M, Kim K. Flexible cellular solid spokes of a non-pneumatic tire[J]. *Composite Structures*, 2012, 94(8): 2285-2295
- [14] Riss F, Schilp J, Reinhart G. Load-dependent optimization of honeycombs for sandwich components—new possibilities by using additive layer manufacturing[J]. *Physics Procedia*, 2014, 56: 327-335
- [15] Song Y Z, Wang Z H, Zhao L M, *et al.* Dynamic crushing behavior of 3D closed-cell foams based on Voronoi random model[J]. *Materials & Design*, 2010, 31(9): 4281-4289
- [16] Lu L, Sharf A, Zhao H S, *et al.* Build-to-last: strength to weight 3D printed objects[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2014, 33(4): Article No. 97
- [17] Gibson L J, Ashby M F. *Cellular solids: structure and properties*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1999
- [18] Fan Yanbin, Wang Zhili. Dynamic plastic collapse mechanical model of honeycomb structures out-plane deformation[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2012, 38(11): 1464-1468(in Chinese)
(樊彦斌, 王之栋. 蜂窝结构异面变形动态塑性坍塌力学[J]. *北京航空航天大学学报*, 2012, 38(11): 1464-1468)
- [19] Wang Shengfa, Li Baojun, Lv Zhangquan, *et al.* Lightweight modeling of automobile and components with shell structures for 3D printing[J]. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2015, 27(6): 968-973(in Chinese)
(王胜法, 李宝军, 吕掌权, 等. 面向三维打印的壳状结构汽车及部件模型轻量化建模[J]. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2015, 27(6): 968-973)
- [20] Zhao Jianfeng, Ma Zhiyong, Xie Deqiao, *et al.* Metal additive manufacturing technique[J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2014, 46(5): 675-683(in Chinese)
(赵剑峰, 马智勇, 谢德巧, 等. 金属增材制造技术[J]. *南京航空航天大学学报*, 2014, 46(5): 675-683)
- [21] Zhang P, Toman J, Yu Y, *et al.* Efficient design-optimization of variable-density hexagonal cellular structure by additive manufacturing: theory and validation[J]. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 2015, 137(2): Article No.021004
- [22] Kou X Y, Tan S T. A simple and effective geometric representation for irregular porous structure modeling[J]. *Computer-Aided Design*, 2010, 42(10): 930-941
- [23] Sigmund O, Maute K. Topology optimization approaches[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2013, 48(6): 1031-1055
- [24] Sigmund O. A 99 line topology optimization code written in Matlab[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2001, 21(2): 120-127
- [25] Qin Haoxing, An Zongwen, Sun Daoming. Improved guide-weight method on solving topology optimization problems and gray-scaled filtering method[J]. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2015, 27(10): 2001-2007(in Chinese)
(秦浩星, 安宗文, 孙道明. 改进的导重法求解拓扑优化问题及灰度过滤技术[J]. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2015, 27(10): 2001-2007)
- [26] Alzahrani M, Choi S K, Rosen D W. Design of truss-like cellular structures using relative density mapping method[J]. *Materials & Design*, 2015, 85: 349-360
- [27] Song Yuwang, Yang Changhao, Shi Xiaofei, *et al.* Parameterized finite element model of hexagon honeycombs[J]. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2015, 27(1): 175-183(in Chinese)
(宋玉旺, 杨昌昊, 石晓飞, 等. 六边形蜂窝夹层板的参数化有限元建模方法[J]. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2015, 27(1): 175-183)
- [28] Polymaker. PolyPlus PLA Technical Data Sheet [OL]. [2016-04-29]. http://me3d.com.au/wp-content/uploads/2015/09/PolyPlus-PLA_TDS-v1.pdf
- [29] Xie Qi, Li Liansheng, Liu Jihong. Adaptive collaborative optimization based on GASA algorithm[J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2010, 16(11): 2410-2415 (in Chinese)
(谢琦, 李连升, 刘继红. 基于 GASA 优化算法的自适应协同优化方法[J]. *计算机集成制造系统*, 2010, 16(11): 2410-2415)