

基于改进弹簧-质点模型的柔性绳索仿真

王 崴^{1,2)}, 周 诚²⁾, 杨 云²⁾, 王晓军²⁾, 瞿 珏^{2)*}

¹⁾(西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室 西安 710049)

²⁾(空军工程大学防空反导学院 西安 710051)
(624192972@qq.com)

摘 要: 针对虚拟吊装训练系统中柔性绳索模拟仿真时存在的实时性、逼真程度较差等问题, 基于物理建模提出了一种蜂窝状弹簧-质点模型应用于绳索形变仿真. 该模型依据绳索细长、柔韧等特点, 将传统正方形弹簧质点网格改进为蜂窝状弹簧-质点模型, 其由多簇六边形立柱状弹簧-质点包围而成, 绳索各部分质量均匀分布, 质点间设置 4 种弹簧模拟绳索内部弯曲、扭转、拉伸等形变特性; 为加快求解速度同时保证精度要求, 使用改进的 Verlet-梯形预测-校正法对数值计算进行求解. 仿真结果表明, 文中模型是可行的; 数值计算结果表明, Verlet-梯形预测-校正法在效率、精度方面均优于其他数值计算方法.

关键词: 虚拟吊装; 柔性绳索; 蜂窝状弹簧-质点; 形变仿真; 数值计算
中图法分类号: TP391.41

Flexible Rope Simulation Based on Improved Mass-Spring Mode

Wang Wei^{1,2)}, Zhou Cheng²⁾, Yang Yun²⁾, Wang Xiaojun²⁾, and Qu Jue^{2)*}

¹⁾(State Key Laboratory for Manufacturing System Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

²⁾(College of Air and Missile Defense, Air Force Engineering University, Xi'an 710051)

Abstract: In a virtual hoistin training system, to address the issues of real-time and fidelity in flexible rope simulation, a novel cellular mass-spring model was proposed. According to the characteristics of slenderness and flexibility of rope, the square grid mass-spring model is refined into cellular mass-spring model and every part of the rope has uniform mass distribution. The model is composed of multi-group hexagonal columns, and four types of spring are used for the simulation of internal deformation such as bending, torsion and tension. In order to improve the efficiency and precision, the method of verlet-trapezoid-predictor-corrector is proposed on numeric computation. The simulation results verify the feasibility of such a mass-spring model, and the results of numeric computation show that the verlet-trapezoid-predictor-corrector is more efficient and accurate than the others.

Key words: virtual hoisting; flexible rope; cellular mass-spring; deformation simulation; numeric calculation

虚拟吊装训练系统在完成吊机吊装过程中, 操作人员按照操作规范完成吊装任务. 为使虚拟吊装过程更加逼近现实吊装环境, 需要对虚拟吊

索进行仿真. 吊索仿真在本质上属于柔性物体仿真. 根据仿真物体的特性, 仿真技术可分为刚性物体仿真与柔性物体仿真 2 类. 刚性物体在运动中

收稿日期: 2014-10-29; 修回日期: 2015-04-20. 基金项目: 国家“八六三”高技术研究发展计划(2013AA040604); 中国博士后科学基金(133798). 王 崴(1974—), 男, 博士, 副教授, 主要研究方向为机器视觉、自动控制; 周 诚(1991—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为虚拟维修; 杨 云(1963—), 男, 博士, 副教授, 主要研究方向为虚拟现实; 王晓军(1990—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为增强现实、手势识别; 瞿 珏(1985—), 男, 硕士, 讲师, 论文通讯作者, 主要研究方向为增强现实、人机交互.

不易发生形变, 因而建模与仿真较易实现; 柔性物体在运动时产生形变, 形变的大小由运动中内力外力共同决定, 因此仿真非常复杂. 随着计算机图形学技术的兴起及迅猛发展, 柔性物体仿真取得了重大突破, 广泛应用于虚拟手术^[1-4]、织物仿真^[5-7]、植物模拟^[8]等相关领域. 随着计算机硬件性能, 以及碰撞检测的逼真程度、实时性等众多要求不断提高, 柔性物体仿真有了新的挑战.

近年来, 国内外学者针对柔性绳索仿真进行了大量研究, 提出了许多方法. 早在 2001 年, Webster 等^[9]提出利用表面质点-弹簧模型模拟软组织, 实现缝合线与软组织的交互特性. 文献[10]将缝合线按照几何、物理相结合的方法建模. 物理建模是由一组连续的控制点通过弹簧连接组成; 几何建模对缝合线长度、半径等外形进行细化. 该方法能够模拟缝合线打结、拉伸等特性, 但是无法模拟扭转、径向压缩等特性. 文献[11]针对柔性细长物体, 运用离散化方法将物体离散成为大量的小刚性连接的关节连接而成, 该方法的优点为简化大量计算, 但是运动简单, 稳定性较差. 文献[12]分析了软电缆摆动的运动规律, 运用振动理论将起重机吊索的运动分解为相互独立的摆动和波动环节, 运用隐式差分方法模拟了吊索实时运动特性, 并通过仿真验证了算法和模型对摆动的绳索模拟的有效性; 但是针对吊索复杂运动状态时效果不理想. 文献[13]运用基于体积有限元的方法模拟柱状物体, 通过建立一系列小体积弹性关节, 为每个关节分配质量、自由度, 从而模拟柱状物体拉伸、剪切、扭转等特性; 该算法模拟效果较好, 但是计算量较大, 计算过程复杂. 文献[14]运用基于质量弹簧系统方法模拟绳索形变, 将绳索简化为一维弹簧系统, 由多节表面均匀分布质点的圆柱体链接而成, 能够较好地模拟绳索在空中降落的过程; 但是在受力分析时忽略了风阻的影响, 同时也未涉及与地面交互, 绳索与周围环境自然交互地逼真程度有所欠缺.

针对目前绳索建模存在的实时性、逼真程度较差等问题, 本文提出了一种绳索建模的改进蜂窝状弹簧-质点模型. 该模型依据绳索细长、柔韧等特点, 将正方形弹簧质点网格改进为正六边形柱状体, 模拟绳索内部拉伸、扭转和弯曲等物理特性, 有效地解决了传统模型对绳索仿真时效果较差的缺点. 为减少仿真时计算量, 提高求解效率, 同时保证结果精确度要求, 本文采用一种改进的 Verlet-梯形预测-校正法求解数值.

1 建 模

1.1 实体模型

在图形学仿真中, 通常用简单模型对绳索进行模拟, 不需要对其材质和绳股捻方法进行深入研究. 为简化模型, 做如下假设: 1) 该绳索具有一定质量和可形变等特点. 2) 绳索密度和直径大小均匀, 轴向和径向物理特性相同. 图 1 所示为绳索几何横截面模型.

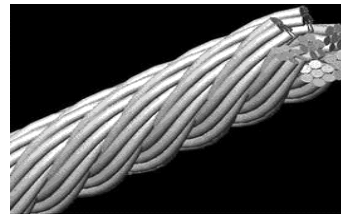


图 1 绳索几何截面模型

1.2 蜂窝状弹簧-质点模型

织物仿真^[5-7]中弹簧分为结构弹簧、剪切弹簧和弯曲弹簧 3 类. 结构弹簧模拟布料延展及收缩特性, 用以保持布料自然平展状态; 剪切弹簧保持布料模型不会过度剪切; 弯曲弹簧模拟布料弯曲状态, 防止过分弯曲产生失真现象.

与织物不同, 绳索变形后可能呈现蜿蜒、缠绕、扭结等复杂几何形态. 因此本文设置 4 种弹簧模拟绳索受力, 包括结构弹簧、拉伸弹簧、扭转弹簧和弯曲弹簧.

传统模型采用依次连接的线段表示绳索, 虽然能够表现绳索的形变特性, 但无法表示绳索的几何特性. 为解决这个问题, 本文采用图 2a 所示的蜂窝状弹簧-质点模型, 该模型由若干六边形立柱包围而成. 图 2b 所示为弹簧-质点模型第 i 层截面图, 绳索的质量均匀分布在质点上, 质点与质点间用 4 种弹簧连接, 对不同类型的弹簧设置不同的弹性系数和阻尼系数, 从而模拟绳索内部不同方向作用力. 下面对 4 种弹簧进行详细介绍.

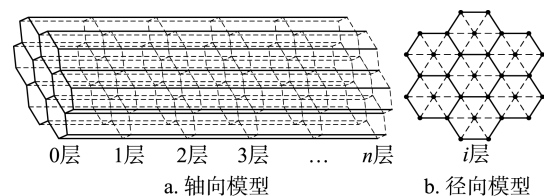


图 2 蜂窝状弹簧-质点模型

1) 结构弹簧

与布料仿真不同, 绳索在径向不存在拉力, 因此

结构弹簧只是用来模拟绳索在径向受到挤压产生形变所受到的力. 防止绳索受到过度挤压产生“压扁”失真现象, 应保持绳索自然状态, 即保持初始状态时质点间的距离.

图 3 中, 相邻两质点 $p_i p_{i,j}$ 间连接的弹簧为结构弹簧, 其弹性系数一般较大.

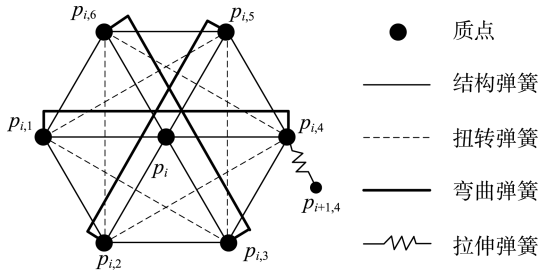


图 3 4 种弹簧模型

2) 拉伸弹簧

绳索在轴向只存在拉伸现象不存在压缩现象, 因此设置拉伸弹簧来模拟绳索拉伸产生形变时所受到的拉力. 拉力作用于绳索的轴向方向, 用来阻止绳索沿轴向方向产生的过度形变.

图 3 中, 连接两截面的弹簧 $p_{i,j} p_{i+1,j}$ 为拉伸弹簧, 其弹性系数一般较大.

3) 扭转弹簧

绳索绕轴心会产生扭力矩, 因此设置扭转弹簧来模拟绳索受到扭转时产生形变所受到的扭转力. 扭转力用来阻止绳索发生扭转时产生过度形变.

如图 3 所示, 在组成六边形的质点集中, 2 个相邻质点 $p_{i,j} p_{i,j+2}$ 间的弹簧定义为扭转弹簧, 扭转弹簧弹性系数较小.

4) 弯曲弹簧

当绳索缠绕、扭结时产生大量弯曲力, 因此设置弯曲弹簧来模拟绳索内部弯曲力, 阻止绳索因受力发生弯曲或折叠时过度形变.

如图 3 所示, 在组成六边形的质点集中, 两相距最远质点 $p_{i,j} p_{i,j+3}$ 间的弹簧定义为弯曲弹簧, 其弹性系数较小.

2 力学分析

弹簧质点受力分为内力和外力. 内力反映质点间相互作用, 主要包括弹性形变力和阻尼力. 外力主要包括重力、空气阻力和外界施加力等.

弹簧质点运动学方程依据牛顿第二定律确定,

用来描述物体加速度、作用于绳索的外力及绳索质量之间的关系. 任意 t 时刻, 作用于弹簧质点上的力可通过

$$F_{com} = ma = m \frac{\partial^2 X}{\partial t^2} = F_{ext}(X,t) + F_{int}(X,t)$$

计算; 其中, $F_{ext}(X,t)$ 为质点所受外力, $F_{int}(X,t)$ 为质点所受内力.

2.1 内力

理想弹簧-质点模型中, 质点间力学变化呈线性关系, 因此弹簧的弹性形变力可通过胡克定律计算.

假设质点为 p_0 , 与其相邻的质点集记为 p_i , 则质点所受弹性形变力

$$F_{elast} = \sum_{i \in R} K_s (L(p_0, p_i, t) - L_0(p_0 p_i)) \cdot E(p_0 p_i) \quad (1)$$

其中, K_s 为弹簧弹性系数, 可通过绳索材质性能曲线确定; $L(p_0, p_i, t)$ 为 t 时刻质点 p_0 与 p_i 之间的距离; $L_0(p_0 p_i)$ 为零时刻质点 p_0 与 p_i 之间的初始距离; $E(p_0 p_i)$ 为由质点 p_0 指向 p_i 的单位向量.

质点 p_0 和质点 p_i 间之间的阻尼力描述为

$$F_{damp} = K_d (v_{p_0} - v_{p_i}) \quad (2)$$

其中, K_d 为弹簧阻尼系数; v_{p_0}, v_{p_i} 为质点 p_0 和 p_i 的速度. 综合式(1)(2), 可知质点 p_0 所受内力为

$$F_{int}(P, t) = \sum_{i=1}^n (F_{elast} + F_{damp}),$$

其中 n 为与质点 p_0 相连接的质点个数.

对于整个质点-弹簧系统, 所受内力可通过方程

$$\sum^k F_{int}(p_0) = \sum^{k_1} F_{str}(p_0) + \sum^{k_2} F_{ten}(p_0) + \sum^{k_3} F_{tor}(p_0) + \sum^{k_4} F_{ben}(p_0)$$

获得. 其中, $F_{str}(p_0), F_{ten}(p_0), F_{tor}(p_0), F_{ben}(p_0)$ 分别为同质点 p_0 相连的结构弹簧、拉伸弹簧、扭转弹簧和弯曲弹簧产生的结构力、拉伸力、扭转力和弯曲力; k_1, k_2, k_3, k_4 为与之对应的弹簧数目.

1) 结构力

图 4a 所示结构弹簧模型中, 当两质点的间距发生变化, 即距离不为自然长度时, 将产生结构力. 由几何关系可知, 各弹簧自然长度相同, 为方便计算, 假设弹簧静止时, 结构力弹簧自然长度为 d_{nature} . 质点所受结构力描述为

$$F_{str} = r_1 \cdot \|P_i - P_{i,j}\|;$$

其中 r_1 为结构力偏离系数, 代表两质点产生结构

力时压缩量偏离自然长度的程度,

$$r_1 = k_E \left(\frac{d_{\text{nature}}}{|P_i - P_{i,j}|} - 1 \right)^2,$$

k_E 为弹性系数, 取值大小由绳索材质决定.

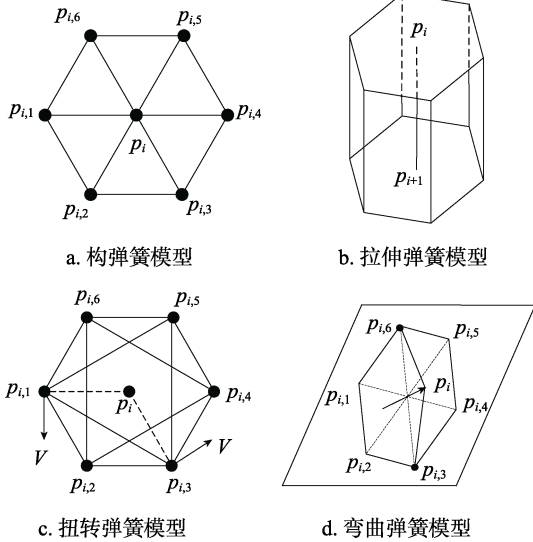


图 4 4 种弹簧模型受力分析

2) 拉伸力

图 4b 所示拉伸弹簧模型中, 绳索受拉力产生形变. 令拉伸弹簧初始自然长度为 $d_T = 2d_{\text{nature}}$, 拉伸弹簧所受拉力由

$$F_{\text{ten}} = r_2 \cdot \|P_i - P_{i+1}\|$$

得到, 其中 r_2 为拉伸弹簧偏离系数, 代表两质点产生拉伸力时伸长量偏离自然长度的程度

$$r_2 = k_T \left(\frac{|P_i - P_{i,j}|}{d_T} - 1 \right)^2,$$

k_T 与结构力中弹性系数相同, 代表弹簧形变能力.

3) 扭转力

图 4c 所示的扭转弹簧模型中, 当质点 $\triangle p_{i,1}p_{i,3}p_{i,5}$ 与质点 $\triangle p_{i,2}p_{i,4}p_{i,6}$ 不满足构成等边三角形时, 将产生扭转力使质点三角形重新保持等边三角形状态. 图 4c 所示为质点 $p_{i,1}$ 与 $p_{i,3}$ 以速度矢量 V 绕中心 p_i 旋转形成扭力矩, 使质点三角形重回初始状态. 为简化计算, 由几何关系可知, 扭转弹簧初始自然长度 $d_N = \sqrt{3}d_{\text{nature}}$. 扭转力

$$F_{\text{tor}} = r_3 \cdot \|V\|.$$

其中, V 为质点恢复初始状态时的速度矢量; r_3 为扭转弹簧偏离系数, 代表产生扭转力时扭转弹

簧偏离自然长度 d_N 的程度,

$$r_3 = k_N \cdot (|P_{i,j} - P_{i,j+2}| - d_N)^2,$$

k_N 为扭转参数, 其大小由绳索材质决定.

4) 弯曲力

图 4d 所示的弯曲弹簧模型中, 当中心质点不在六边形弹簧-质点模型平面内时, 将产生弯曲力. 由几何关系可知, 弯曲弹簧初始自然长度 $d_W = 2d_{\text{nature}}$. 弯曲力

$$F_{\text{ben}} = r_4 \cdot \|V\|.$$

其中 r_4 为弯曲弹簧偏离系数, 代表产生弯曲力时弯曲弹簧偏离自然长度 d_W 的程度,

$$r_4 = k_W \cdot (|P_{i,j}P_i - P_{i,j+3}P_i| - d_W)^2,$$

k_W 为弯曲参数, 其大小由绳索材质决定.

2.2 外力

绳索模型中, 绳索受到的外力主要包括重力 G 、空气阻力 f 和外界施加力 F .

外力描述为

$$F_{\text{ext}} = G + f + F,$$

其中, $G = m_i g$; $f = C\rho S v^2 / 2$, 由于绳索迎风面积 S 不变, 因此可简化为 $f = C v^2$.

3 运动模型求解

3.1 数值积分

求得各个质点受力后, 需要运用数值积分对二阶常微分方程进行求解, 通常分为单步法和多步法. 单步法包括: 显式 Euler 法、隐式 Euler 法、梯形法、四阶 Runge-Kutta 法以及 Verlet 法^[15]. 其中, 显式 Euler 法计算简单, 但计算精度较低, 误差为 $o(\Delta t^2)$; 隐式 Euler 法计算量较大, 速度慢, 但在大步长仿真时系统稳定性较高, 误差为 $o(\Delta t^3)$; 梯形法将显式及隐式法的误差取算术平均值, 从而提高精度, 改善显式精度较低的缺点; 四阶 Runge-Kutta 法计算量较大, 但精度较高, 且可通过减小精度从而增大步长, 其误差为 $o(\Delta t^5)$; Verlet 法计算精度高于 Euler 法而低于四阶 Runge-Kutta 法, 但其仿真速度最快.

多步法常包括亚当姆斯预测校正、密伦预测校正、混合型 Euler 法等. 亚当姆斯预测校正与密伦预测校正法计算量较大, 计算效率低. 混合型 Euler 法将显式 Euler 法与隐式 Euler 法结合, 通过显式计算速度, 再将结果代入隐式方法求解位移;

该方法中显式 Euler 法误差较大, 特别是针对大步长仿真时, 由于存在大量误差积累会导致振荡偏离精确解。

为提高求解效率, 同时保证结果精确度要求, 本文提出了一种改进多步法求解数值计算的方法 Verlet-梯形预测-校正法。该方法充分利用 Verlet 法计算过程快以及梯形法精度高的优点, 保证了求解的精度和效率。首先利用 Verlet 法得到下一时刻位置矢量预测值, 之后将预测值代入梯形法进行校正, 得到下一时刻误差更小的结果。

初始时刻位置预测值计算公式为

$$\mathbf{x}_{n+1}^{(0)} = 2\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_{n-1} + \mathbf{a}_n \Delta t^2;$$

其中, $\mathbf{x}_{n+1}^{(0)}$ 为下一时刻位置预测值, \mathbf{x}_n 和 \mathbf{a}_n 分别为质点当前时刻位置和加速度, \mathbf{x}_{n-1} 为上一时刻位置, Δt 为时间步长。

利用梯形法迭代, 计算质点在下一时刻较为精确的位置近似值, 可由

$$\begin{cases} \mathbf{v}_{n+1}^{(j+1)} = \frac{\mathbf{x}_{n+1}^{(j)} - \mathbf{x}_n}{\Delta t} \\ \mathbf{x}_{n+1}^{(j+1)} = \mathbf{x}_n + \frac{1}{2} \Delta t [\mathbf{v}_n + \mathbf{v}_{n+1}^{(j+1)}] \end{cases}$$

校正计算得到。其中, $\mathbf{x}_{n+1}^{(j+1)}$ 为质点在第 $j+1$ 次迭代后下一时刻位置, $\mathbf{x}_{n+1}^{(j)}$ 为质点在第 j 次迭代后下一时刻位置, $\mathbf{v}_{n+1}^{(j+1)}$ 为质点在第 $j+1$ 次迭代后下一时刻速度, \mathbf{v}_n 为质点当前时刻速度。

由于计算机性能约束和动画逼真程度要求, 求解解析解时需要考虑解的精确性问题。当精确度要求过高时需要多次迭代求解, 导致求解时间过长, 将会影响仿真效果; 当要求过低时将会产生数值计算不稳定现象。为此, 设置阈值 ε 作为解集极限条件, $|\mathbf{x}_{n+1}^{(j+1)} - \mathbf{x}_{n+1}^{(j)}| < \varepsilon$ 。

3.2 解决“超弹性”现象

现实环境下, 绳索受力与其形变之间不为简单的线性关系。绳索受力与形变关系如图 5 所示。

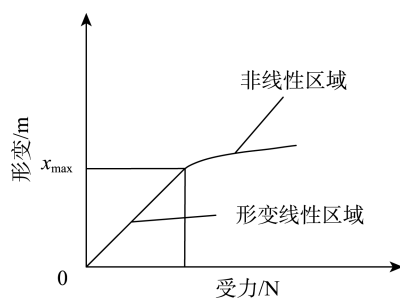


图 5 绳索受力/形变曲线

当弹性形变超出某一范围时, 将出现复杂的非线性现象。理想弹簧-质点模型中, 假设质点间力学变化呈线性变化, 因此当质点受力过大时将产生“超弹性”现象: 受力点附近的弹簧伸缩过大, 产生剧烈形变。

图 6 所示为虚拟吊装系统完成吊装任务过程中吊索运动状态图。图 6a 所示为吊臂旋转时吊索自然抖动状态; 图 6b 所示为吊钩伸长时拉力过大, 导致超弹性现象, 表现为绳索穿透吊钩的非正常状态。



图 6 虚拟吊装系统中超弹性现象

为了改善超弹性现象, 更加逼真地模拟绳索受力情况, 本文设置形变系数阈值 τ_{max} 来检测模型中任意弹簧的形变系数 τ 。一旦形变系数超过阈值, 则对相应弹簧被过度拉伸或压缩, 于是增加或减少这条弹簧长度, 保证 $\tau = \tau_{max}$ 。则 $\tau = |x_{ij} - d| / d$, 其中 d 为不同弹簧模型对应的自然长度。

4 碰撞检测

碰撞检测是绳索模拟中关键技术, 快速精确地碰撞检测对绳索逼真程度有着重要影响。绳索碰撞检测时存在大量自碰撞检测, 因此数据量庞大, 计算过程复杂。传统基于包围盒的碰撞检测已不能满足绳索模拟时实时性、快速性等要求。

本文参考文献[16], 采用非共线过滤器的剔除算法, 首先对模型中三角形单元进行高层剔除, 剔除不可能相交三角形单元对; 其次对潜在碰撞三角形单元进行详细三角形特征对之间的检测, 返回检测结果。

5 本文方法流程图

本文方法整个求解过程流程图如图 7 所示。

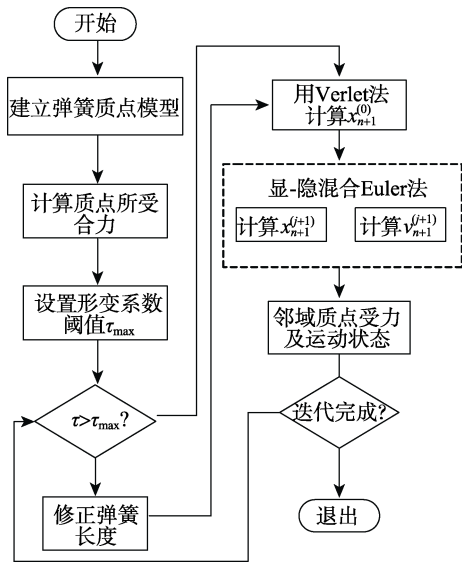


图 7 本文方法流程图

6 实验结果与分析

本文实验环境如下 CPU i3, 内存 4 GB, 操作系统 Windows 7, 利用 VS2010 编程基于 OpenGL 实现.

实验对象为图 8 所示的绳索, 一端固定一端自由, 在重力作用下自由下落, 与地面接触后反弹, 最终在空气阻力与地面摩擦力作用下停止的过程. 初始化各参数如下 $k_E = 10000$, $k_N = k_W = 0.2$, 每个质点质量为 50 g, $d_{nature} = 0.008$, 万有引力 $g = 9.80$ kg/N, 空气摩擦系数 $C = 0.02$, 质点个数 320, 地面反作用系数为 100, 地面摩擦系数为 0.2,

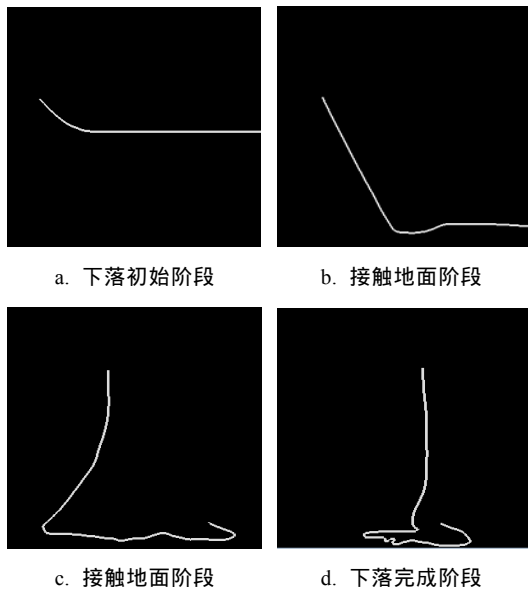


图 8 绳索模拟效果图

地面缓冲系数为 2.0.

从图 8 可以看出, 图 8a 为绳索距离地面有一定高度; 图 8b, 8c 为绳索在重力作用下下落过程, 与地面接触后产生反作用力弹起, 最终在空气摩擦力与地面摩擦力作用下停止; 图 8d 为下落完成阶段.

为验证数值计算效率, 设置极限条件 $\epsilon = 3.5 \times 10^{-5}$, 步长为 0.5 时, 将本文方法同梯形法、四阶 Runge-Kutta 法、Verlet 法以及混合型 Euler 法进行比较. 比较结果表 1 所示. 可以看出, 本文方法与梯形法, Runge-Kutta, Verlet 相比执行时间得到明显改善; 与执行效率最高的混合型 Euler 法相比, 执行时间减少 43.4%, 帧速增加 76.7%. 因此, 本文方法执行效率更高, 保证了求解的精度, 模拟效果更好.

表 1 不同数值积分法之间的比较

数值计算方法	质点数	步长	执行时间/s	帧速/帧/s
梯形法	320	0.5	16.8	59.52
Runge-Kutta	320	0.5	36.0	27.78
Verlet 法	320	0.5	8.4	119.04
混合型 Euler 法	320	0.5	7.6	131.58
本文	320	0.5	4.3	232.56

采用本文方法计算数值积分时, 为检验不同极限条件对绳索模拟效果的影响, 设置实验逐渐增大极限条件 ϵ , 对比完成绳索落地过程所需要时间结果如图 9 所示. 可以看出, 在步长固定, 同时保证数值计算稳定前提下, 极限条件取值越大, 仿真效率越高. 但是, 极限条件的取值不能过大, 否则梯形法将无法起到校正的作用, 从而导致数值计算不稳定.

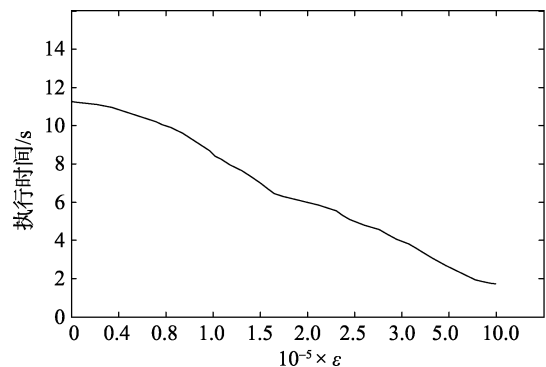


图 9 不同极限条件下绳索模拟效果

7 结 语

本文针对柔性绳索进行模拟仿真, 提出运用

蜂窝状弹簧-质点模型模拟绳索物理特性. 在计算数值积分时, 为加快求解效率, 保证精度要求, 本文提出 Verlet-梯形预测-校正法来计算下一时刻速度、位置精确值. 通过仿真以及实验对比, 验证了蜂窝状弹簧-质点模型的有效性; 同时将本文方法与其他数值积分进行对比, 结果表明, 本文方法在效率、精度方面均有所提升.

参考文献(References):

- [1] Lv Mengya, Han Yufang, Tang Yong. Correlation technology of suturing procedure in virtual surgery[J]. Journal of Jilin University: Engineering and Technology Edition, 2013, 43(S1): 16-20 (in Chinese)
(吕梦雅, 韩育芳, 唐 勇. 虚拟手术中缝合过程的相关技术[J]. 吉林大学学报: 工学版, 2013, 43(S1): 16-20)
- [2] Li Yandong, Zhu Ling, Ye Xiufen, *et al.* Modeling and simulation of soft tissue deformation based on local dynamic model[J]. Computer Science, 2013, 40(10): 283-288 (in Chinese)
(李艳东, 朱 玲, 叶秀芬, 等. 基于局部动态模型的软组织形变建模与仿真[J]. 计算机科学, 2013, 40(10): 283-288)
- [3] Liu Xuemei, Wang Ruiyi, Guo Song. Force feedback based on mass-spring volume model and improved Euler algorithm[J]. Journal of System Simulation, 2013, 25(9): 2234-2238 (in Chinese)
(刘雪梅, 王瑞艺, 郭 松. 基于质点-弹簧体模型与改进 Euler 算法的力反馈[J]. 系统仿真学报, 2013, 25(9): 2234-2238)
- [4] Liu Xuemei, Mao Lei, Li Yunhua, *et al.* coupling of element-free Galerkin and mass-spring for deformation simulation of soft tissue[J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2013, 25(1): 1-6 (in Chinese)
(刘雪梅, 毛 磊, 李运华, 等. 耦合无网格伽辽金与质点弹簧实现软组织形变仿真[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2013, 25(1): 1-6)
- [5] Hui Weihua, Guan Zhengxi. Research on cloth modeling simulation based on mass spring model[J]. Computer Engineering and Design, 2007, 28(3): 664-667 (in Chinese)
(惠卫华, 关正西. 基于质点-弹簧模型的布料仿真研究[J]. 计算机工程与设计, 2007, 28(3): 664-667)
- [6] Lv Mengya, Li Faming, Tang Yong, *et al.* Fast and realistic cloth simulation based on mass-spring model[J]. Journal of System Simulation, 2009, 21(16): 5236-5239 (in Chinese)
(吕梦雅, 李发明, 唐 勇, 等. 于弹簧质点模型的快速逼近的布料模拟仿真[J]. 系统仿真学报, 2009, 21(16): 5236-5239)
- [7] Shi Min, Mao Tianlu, Wang Zhaoqi, *et al.* Cloth animation based on implicit constraint dynamics[J]. Journal of Computer Research and Development, 2012, 49(7): 1388-1397 (in Chinese)
(石 敏, 毛天露, 王兆其. 一种有效的隐式约束动力学布料动画方法[J]. 计算机研究与发展, 2012, 49(7): 1388-1397)
- [8] Tang Yong, Cao Yuanyuan, Lu Shenglian, *et al.* The simulation of 3D plant leaves wilting[J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2013, 25(11): 1643-1650 (in Chinese)
(唐 勇, 曹圆圆, 陆声链, 等. 三维植物叶片萎蔫变化实时模拟[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2013, 25(11): 1643-1650)
- [9] Webster R W, Zimmerman D I, Mohler B J, *et al.* A prototype haptic suturing simulator[J]. Medicine Meets Virtual Reality, 2001, 81: 567-569
- [10] Liao Zhifang, Tu Shuai, Yu Song, *et al.* Simulation researches on tying up suture knots in virtual surgery[J]. Computer Engineering and Applications, 2011, 47(20): 218-220 (in Chinese)
(廖志芳, 涂 帅, 郁 松, 等. 虚拟手术中缝合线打结的仿真研究[J]. 计算机工程与应用, 2011, 47(20): 218-220)
- [11] Sreenivasan S, Goel P, Ghosal A. A real-time algorithm for simulation of flexible objects and hyper-redundant manipulators [J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 45(3): 454-466
- [12] Wang L Q, Xu Y G, He N, *et al.* Modeling and simulation of flexible cable pendulum system excited by lifted object motion[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2012, 46(9): 1416-1420
- [13] Wan T R, Tang W, Huang D J. Real-time simulation of long thin flexible objects in interactive virtual environments[C] //Proceedings of the 18th ACM Symposium on Virtual Reality Software and Technology. New York: ACM Press, 2012: 85-92
- [14] Xie Haibo, Tan Xiaolan, Gan Liang. Real time simulation for rope based on mass spring system method[J]. Journal of Jinan University: Natural Science, 2013, 34(5): 479-482 (in Chinese)
(谢海波, 谭晓兰, 甘 亮. 基于质量弹簧系统的实时绳索仿真方法[J]. 暨南大学学报: 自然科学版, 2013, 34(5): 479-482)
- [15] Chen Ying, Wu Mingzhu, Hu Xinrong. An improved mass-spring cloth model and simulation[J]. Journal of South China Normal University: Natural Science Edition, 2013, 45(5): 43-46 (in Chinese)
(陈 瑛, 吴明珠, 胡新荣. 一种改进的质点-弹簧织物建模与仿真[J]. 华南师范大学学报: 自然科学版, 2013, 45(5): 43-46)
- [16] Du Peng. Research on some key technologies for continuous collision detection between deformable models[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2013 (in Chinese)
(杜 鹏. 柔性物体连续碰撞检测若干关键技术研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2013)