

基于非局部信息和子空间的模糊 C 有序均值聚类的图像分割算法

陈阳¹⁾, 黄成泉^{2)*}, 覃小素¹⁾, 彭家磊¹⁾, 雷欢¹⁾, 周丽华¹⁾

¹⁾ (贵州民族大学数据科学与信息工程学院 贵阳 550025)

²⁾ (贵州民族大学工程技术人才实践训练中心 贵阳 550025)

(hcq@gzmu.edu.cn)

摘要: 针对模糊 C 有序均值聚类算法没有考虑图像空间信息, 导致难以有效地分割含噪图像的问题, 提出一种基于非局部信息和子空间的模糊 C 有序均值聚类(non-local information and subspace for fuzzy C -ordered means, SFCOM-NLS)算法. 首先, 利用图像中给定的相似邻域结构的像素提取当前像素的非局部空间信息; 其次, 计算每个像素的典型性, 并对其进行排序, 在每次迭代中更新像素的典型性, 提高像素聚类的准确性, 解决在聚类过程中存在相似类导致的误分类问题; 最后, 引入子空间聚类概念, 为图像不同维度分配适当的权重, 提高彩色图像的分割性能. 在含噪合成图像和公开数据集 BSDS500, MSRA100 和 AID 上实验结果表明, 所提算法的模糊划分系数、模糊划分熵、分割精度和标准化互信息平均值分别达到了 95.00%, 6.66%, 98.77%和 95.54%, 均优于对比的同类算法.

关键词: 非局部空间信息; 子空间聚类; 模糊 C 有序均值聚类; 噪声图像分割; 鲁棒性

中图分类号: TP391.41 **DOI:** 10.3724/SP.J.1089.2023-00273

Image Segmentation Algorithm Based on Non-Local Information and Subspace for Fuzzy C -Ordered Mean Clustering

Chen Yang¹⁾, Huang Chengquan^{2)*}, Qin Xiaosu¹⁾, Peng Jialei¹⁾, Lei Huan¹⁾, and Zhou Lihua¹⁾

¹⁾ (School of Data Science and Information Engineering, Guizhou Minzu University, Guiyang 550025)

²⁾ (Engineering Training Center, Guizhou Minzu University, Guiyang 550025)

Abstract: Aiming at the problem that the fuzzy C -ordered means algorithm does not consider the spatial information of the image, which makes it difficult to effectively segment the noisy image, a fuzzy C -ordered means clustering algorithm based on non-local information and subspace is proposed. Firstly, the non-local spatial information of the current pixel is extracted by using the pixels of the given similar neighborhood structure in the image. Secondly, the typicality of each pixel is calculated and sorted, and in each iteration update the typicality of pixels and to solve the problem of misclassification caused by similar classes during the clustering process. Finally, the concept of subspace clustering is introduced to allocate appropriate weights to different dimensions of the image, thus improving the segmentation performance of color images. The experimental results on the noisy synthetic images and public datasets BSDS500, MSRA100 and AID show that the partition coefficient, partition entropy, segmentation accuracy and normalized mutual information average of the proposed algorithm achieves 95.00%, 6.66%, 98.77% and 95.54%, respectively, which are better than similar methods in comparison.

收稿日期: 2023-06-07; 修回日期: 2024-01-12. 基金项目: 国家自然科学基金(62062024); 贵州省省级科技计划(黔科合基础-ZK[2021]一般 342); 贵州省研究生教育教学改革重点项目(黔教合 YJSJGKT[2021]018); 贵州省教育厅自然科学研究项目(黔教技[2022]015). 陈阳(1997—), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为图像处理; 黄成泉(1976—), 男, 博士, 教授, 硕士生导师, 论文通信作者, 主要研究方向为图像处理、机器学习; 覃小素(1998—), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为图像处理; 彭家磊(1998—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为图像处理; 雷欢(1998—), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为图像处理; 周丽华(1983—), 女, 硕士, 副教授, 主要研究方向为图像处理、数据挖掘.

Key words: non-local spatial information; subspace clustering; fuzzy C-ordered means clustering; noise image segmentation; robustness

图像分割技术是数字图像处理中一个重要的研究方向,其通过将某幅给定的图像按照其强度、灰度、颜色和纹理等属性特征划分为若干具有独特特征的不重叠区域,并提取出感兴趣的目标.近年来,针对不同的应用场景,研究者提出了很多有效的图像分割算法,主要包括基于阈值分割^[1]、基于区域的分割^[2]、基于边缘的分割^[3]和基于聚类的算法^[4]等.其中,聚类算法已广泛应用于图像分割中,Bezdek等^[5]提出的模糊C均值聚类算法(fuzzy C-means, FCM)是其中最常用的方法之一.

噪声干扰会使图像产生偏差和失真,导致图像清晰度和分辨率降低,给后续的处理工作带来不便,进而影响人们对图像视觉特性的认知程度.因此,有效地去除图像噪声,降低噪声对图像信息的干扰是很有必要的. Gan等^[6]提出了一种模糊子空间聚类(fuzzy subspace clustering, FSC)算法,通过对不同维度分配适当的权重来对高维数据集进行聚类,但在聚类过程中没有考虑图像像素中的任何空间信息,使其对噪声鲁棒性能较差. Ahmed等^[7]提出了一种带有空间约束的模糊聚类(fuzzy C-means clustering with spatial constrains, FCM-S)算法,具有一定的抗噪能力. Lei等^[8]提出了一种基于形态学重建和隶属度过滤的快速鲁棒 FCM(fast and robust fuzzy C-means, FRFCM)算法,其对不同类型的灰度图像均取得了良好的分割效果. Leski^[9]提出了模糊C有序均值(fuzzy C-ordered means, FCOM)算法,其利用各种鲁棒损失函数代替欧几里得距离作为相似度量,提高了算法的稳健性与鲁棒性. Siminski^[10]提出了模糊加权C有序均值聚类(fuzzy weighted C-ordered means, FWCOM)算法,在原始任务空间的模糊子空间中寻找聚类器,为每个聚类中的维度分配权重. Zhao等^[11]将非局部空间信息引入到 FCM 算法中,提出了一种基于非局部空间信息的 FCM(FCM with non-local spatial constraint, FCM-NLS)算法进行图像分割. Wei等^[12]提出了一种改进的具有自适应局部方差与非局部空间信息和平均隶属度连接的模糊子空间聚类(fuzzy subspace clustering noisy image segmentation algorithm with adaptive local variance & non-local information and mean membership linking, FSC-LNML)算法,能够有效地处理噪声图像.

局部空间信息能有效地抑制简单噪声,但随

着噪声密度的增加,中心像素周围的相邻像素可能会受到噪声的干扰,导致图像分割效果差.因此,仅考虑图像的局部空间信息是远远不够的,利用像素的相似邻域结构获取当前像素的非局部空间信息来重建并生成辅助图像,以利用更多的图像信息来提高图像分割的精度和稳定性^[13]. 首先,对于噪声污染严重的图像,考虑局部像素块以外的其他邻域像素块,利用图像中给定具有相似邻域结构的像素,提取当前像素的非局部空间信息;其次,当聚类过程中出现相似类时,可能存在误分类问题,根据隶属度对像素进行典型性分析,计算每个像素的典型性,并对其进行排序,在每次迭代中更新像素典型性,可提高聚类中心定位的准确性,确保算法对噪声的鲁棒性并保存图像细节,减少误分割问题;最后,引入子空间概念,在聚类中为不同维度分配适当的权重.在聚类中,许多算法利用每个通道像素的不同维度之间的距离的平均值进行聚类,这表明对每个维度像素数据的处理是相等的.然而,不同维度之间的像素数可能不相同,不同的子空间之间的关联性也可能不相同,为聚类中图像像素不同维度分配适当的权值,可提高彩色图像分割的性能.

1 相关算法

1.1 FCOM 算法

在 FCOM 算法中,利用各种鲁棒损失函数代替欧几里得距离作为相似度量,并结合 Huber 估计量^[14]和 Yager 有序加权平均(ordered weighted averaging, OWA)算子^[15]来提高算法鲁棒性与稳健性. FCOM 算法的目标函数为

$$J(\mathbf{U}, \mathbf{V}) = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^n \beta_{ik} u_{ik}^m D(x_k, v_i).$$

其中, \mathbf{U} 为隶属度矩阵; \mathbf{V} 为聚类中心矩阵; u_{ik} 为第 k 个像素到第 i 个聚类中心的隶属度函数; m 为模糊指数; n 为像素集总数; c 为聚类数目; $\beta_{ik} \in [0, 1]$ 为第 k 个像素相对于第 i 个簇的典型性, β_{ik} 值越高,表示像素点越具典型性; $D(x_k, v_i)$ 为第 k 个像素点到第 i 个聚类中心的距离,即

$$D(x_k, v_i) = \sum_{d=1}^p D(x_{kd}, v_{id}) = \sum_{d=1}^p h_{ikd} (e_{ikd})^2.$$

其中, h_{ikd} 为加权鲁棒参数, 依赖所使用的残差 e_{ikd} , 残差 e_{ikd} 是第 k 个像素的第 d 个属性 x_{kd} 与第 i 个聚类中心的第 d 个属性 v_{id} 之间的距离, 即 $e_{ikd} = x_{kd} - v_{id}$.

通过构造拉格朗日函数并求偏导, 得到隶属度 u_{ik} 和第 i 个簇到第 d 个属性聚类中心 v_{id} 的更新公式分别为

$$u_{ik} = f_k D(x_k, v_i)^{\frac{1}{1-m}} \Big/ \sum_{i=1}^c \beta_{ik} D(x_k, v_i)^{\frac{1}{1-m}},$$

$$v_{id} = \sum_{k=1}^n \beta_{ik} u_{ik}^m h_{ikd} x_{kd} \Big/ \sum_{k=1}^n \beta_{ik} u_{ik}^m h_{ikd}.$$

1.2 非局部空间信息

非局部空间信息不仅考虑了邻域像素对中心像素的影响, 还考虑了除邻域像素块以外的具有相似邻域结构的其他像素块. 因此, 为了充分地挖掘图像的冗余信息和抑制噪声对分割结果的影响, 本文使用图像非局部空间信息进一步提高算法的抗噪能力. 对于第 k 个像素, 非局部空间信息 \bar{x}_k 的计算公式^[13]为

$$\bar{x}_k = \sum_{q \in \Phi_k^r} \omega_{kq} x_q \quad (1)$$

其中, Φ_k^r 表示以第 k 个像素为中心, 大小为 $r \times r$ (r 为奇数) 的搜索窗口; 像素 q 是落在在这个搜索窗口内的像素点, x_q 表示其灰度值; ω_{kq} 为权值, 由像素 k 和 q 的相似性计算得出, 且满足 $\omega_{kq} \in [0, 1]$,

$\sum_{q \in \Phi_k^r} \omega_{kq} = 1$. 对窗口内所有像素进行加权求和, 可

以得到像素 k 的非局部空间信息 \bar{x}_k . 在搜索窗口 Φ_k^r 内, 像素 k 和 q 之间的权值定义为

$$\omega_{kq} = \frac{1}{Z_k} \sum_{q \in \Phi_k^r} \exp\left(-\|x(N_k) - x(N_q)\|_{2,\sigma}^2 / h^2\right).$$

其中, h 为控制权值函数 ω_{kq} 衰减的参数; $x(N_k)$ 和 $x(N_q)$ 表示以像素 x_k 和 x_q 为中心的 $l \times l$ (l 为奇数) 邻域窗口. 像素 k 和 q 之间的相似度由加权欧几里得距离的平方 $\|x(N_k) - x(N_q)\|_{2,\sigma}^2$ 计算, $\sigma > 0$ 是高斯核函数的标准差; Z_k 为归一化常数, 定义为

$$Z_k = \sum_{j \in \Phi_k^r} \exp\left(-\|x(N_k) - x(N_j)\|_{2,\sigma}^2 / h^2\right).$$

2 本文算法

由于没有考虑任何邻域空间信息, 在处理含

噪图像时, FCOM 算法不能取得理想的分割结果. 因此本文将非局部空间信息与 FCOM 算法像素典型性以一种新的方式结合, 引入子空间的概念, 为聚类中不同维度分配适当的权重. 这不仅能提高算法的聚类性能和彩色图像的分割性能, 而且能有效地处理高噪声污染的图像. 本文算法目标函数为

$$J = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^n \beta_{ik} u_{ik}^m \sum_{d=1}^p w_{id}^\tau (D(x_{kd}, v_{id}) + \alpha D(\bar{x}_{kd}, v_{id})) + \gamma \sum_{i=1}^c \sum_{d=1}^p w_{id}^\tau \quad (2)$$

其中, 参数 α 控制非局部空间约束项的权重; \bar{x}_k 为非局部空间信息; w_{id} 为第 i 个聚类中心到第 d 个属性模糊加权因子; τ 为模糊权重指数; γ 为正则化参数.

由 n 个像素 (p 维) 组成的图像集所有可能的模糊划分得到的 c 个聚类, 定义为

$$(u_{ik})_{c \times n} \in \mathbb{R}^{cn} \Big| u_{ik} \in [0, 1];$$

$$\sum_{i=1}^c \beta_{ik} u_{ik} = f_k, 0 < \sum_{k=1}^n u_{ik} < n;$$

$$\sum_{d=1}^p w_{id} = 1, \forall i, k, c.$$

其中, f_k 参数被解释为第 k 个像素点对于所有簇的全局典型性. 数据项的重要性影响了聚类中心的定位, 它依赖第 k 个像素点的 x_k 的典型性, 使用 S-norm^[9] 中的最大值计算全局典型性 f_k , 即

$$f_k = \max \beta_{ik}, 1, 2, \dots, c \quad (3)$$

$$D(x_k, v_i) = \sum_{d=1}^p D(x_{kd}, v_{id}) = \mathcal{G}(x_k - v_i).$$

其中, $D(x_k, v_i) = \mathcal{G}(x_k - v_i)$ 是像素点 k 和聚类中心 i 之间的距离. 本文采用各种鲁棒损失函数作为相似性度量, 以减少像素中噪声和异常值的影响.

例如, Huber^[14] 提出了著名的损失函数为

$$\mathcal{G}_{\text{HUB}}(e_{ikd}) = \begin{cases} e_{ikd}^2 / \delta^2, & |e_{ikd}| \leq \delta \\ |e_{ikd}| / \delta, & |e_{ikd}| > \delta \end{cases}.$$

其中, e_{ikd} 为残差; 参数 $\delta > 0$. 另一个鲁棒损失函数为对数函数

$$\mathcal{G}_{\text{LOG}}(e_{ikd}) = \begin{cases} 0, & e_{ikd} = 0 \\ \ln(1 + e_{ikd}^2), & e_{ikd} \neq 0 \end{cases}.$$

采用拉格朗日乘法对目标函数进行更新, λ_{k1} 和 λ_{k2} 表示拉格朗日乘子. 所构造的拉格朗日函数为

$$G = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^n \beta_{ik} u_{ik}^m \sum_{d=1}^p w_{id}^\tau (D(x_{kd}, v_{id}) + \alpha D(\bar{x}_{kd}, v_{id})) + \gamma \sum_{i=1}^c \sum_{d=1}^p w_{id}^\tau - \sum_{k=1}^n \lambda_{k1} \left(\sum_{i=1}^c \beta_{ik} u_{ik} - f_k \right) - \sum_{k=1}^n \lambda_{k2} \left(\sum_{d=1}^p w_{id} - 1 \right) \quad (4)$$

首先, 对式(4)中 u_{ik} 求偏导并设为 0, 有

$$u_{ik} = \frac{f_k \left[\sum_{d=1}^p w_{id}^\tau (D(x_{kd}, v_{id}) + \alpha D(\bar{x}_{kd}, v_{id})) \right]^{-1}}{\sum_{i=1}^c \beta_{ik} \left[\sum_{d=1}^p w_{id}^\tau (D(x_{kd}, v_{id}) + \alpha D(\bar{x}_{kd}, v_{id})) \right]^{-1}} \quad (5)$$

其次, 对式(4)中 w_{id} 求偏导并设为 0, 有

$$w_{id} = \frac{\left[\sum_{k=1}^n \beta_{ik} u_{ik}^m (D(x_{kd}, v_{id}) + \alpha D(\bar{x}_{kd}, v_{id})) + \gamma \right]^{-1}}{\sum_{d=1}^p \left[\sum_{k=1}^n \beta_{ik} u_{ik}^m (D(x_{kd}, v_{id}) + \alpha D(\bar{x}_{kd}, v_{id})) + \gamma \right]^{-1}} \quad (6)$$

最后, 对式(4)中聚类中心 v_{id} 求偏导并设为 0, 有

$$v_{id} = \frac{\sum_{k=1}^n \beta_{ik} u_{ik}^m h_{ikd} (x_{kd} + \alpha \bar{x}_{kd})}{(1 + \alpha) \sum_{k=1}^n \beta_{ik} u_{ik}^m h_{ikd}} \quad (7)$$

$$h_{ikd} = \begin{cases} 0, & e_{ikd} = 0 \\ \mathcal{G}(e_{ikd}) / (e_{ikd})^2, & e_{ikd} \neq 0 \end{cases} \quad (8)$$

残差 e_{ikd} 是像素点与聚类中心之间的距离, 对于每个集群中的每个像素, 分别计算各像素属性的典型性. 数据项按各样本与各簇中心点的相似度从大到小排序, 靠近聚类中心的像素具有高典型性, 远离聚类中心的像素认为是孤立点或噪声点, 具有低典型性; 与第 d 个属性最近的像素数据项用序号 1 标记, 距离最远的用 n 标记(其中 n 为像素数据项数量).

通过构建排序函数 $\pi: \{1, 2, \dots, n\} \rightarrow \{1, 2, \dots, n\}$, 对同一簇中同一属性所对应的 e_{ikd} 进行排序, 使其满足

$$|e_{i\pi(1)d}| \leq |e_{i\pi(2)d}| \leq \dots \leq |e_{i\pi(k)d}| \leq \dots \leq |e_{i\pi(n)d}| \quad (9)$$

采用 β_{ikd} 值表示第 k 个数据项相对于第 i 个聚类和 d 个属性的典型性, 并根据 OWA 算子表达式, 可得类似于 OWA 的算子 β_{ikd} . 本文提出参数 β_{ikd} 的形式是分段线性有序加权平均算子(piecewise linear ordered weighted averaging, PLOWA), 以及 S

型加权有序(sigmoidally ordered weighted averaging, SOWA)算子, 分别表示为

$$\beta_{ikd} = \left\{ \left[\frac{p_c n - \chi_{ikd}}{2 p_l n} + \frac{1}{2} \right] \wedge 1 \right\} \vee 0 \quad (10)$$

$$\beta_{ikd} = \frac{1}{\left\{ 1 + \exp \left[\frac{2.944(\chi_{ikd} - p_c n)}{p_a n} \right] \right\}} \quad (11)$$

其中, χ_{ikd} 为相对于第 d 个属性的第 i 个聚类的距离重新排序后的第 k 个数据项的索引, 当 χ_{ikd} 的值越小时, 序号越靠前, 相应的权重就越大; \wedge 和 \vee 分别为最小和最大运算符; 参数 p_c, p_l, p_a 均大于 0, 影响 OWA 算子斜率. 对于 PLOWA, $\chi_{ikd} \in [p_c n - p_l n, p_c n + p_l n]$, 其值域为 $[0, 1]$, 形式为分段下降直线; 而对于 SOWA, $\chi_{ikd} \in [p_c n - p_a n, p_c n + p_a n]$, 其值域为 $[0.05, 0.95]$, 形式为如图 1 所示 S 形下降曲线. 当 $n = 100, p_a = 0.2, p_c = 0.5$ 和 $p_l = 0.2$ 时, 上述 2 个加权函数均属于递减函数, 相对于参数 $\chi_{ikd} \in \{1, 2, \dots, n\}$ 没有增加.

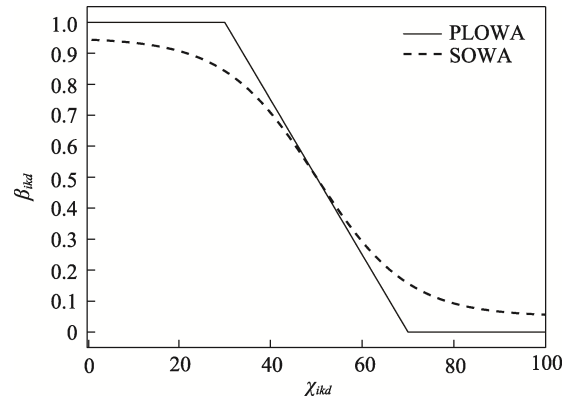


图 1 PLOWA 和 SOWA 权重函数图

β_{ik} 表示第 k 个像素点相对于每个聚类的典型性, 因为维度是加权的, 所以本文用加权 T -norm^[16], 即

$$\beta_{ik} = T(\beta_{ik1}, \beta_{ik2}, \dots, \beta_{ikd}; w_{i1}^\tau, w_{i2}^\tau, \dots, w_{id}^\tau) = T(1 - w_{i1}^\tau [1 - \beta_{ik1}], 1 - w_{i2}^\tau [1 - \beta_{ik2}], \dots, 1 - w_{id}^\tau [1 - \beta_{ikd}]) \quad (12)$$

本文算法使用 T -norm 中的代数乘积, 则有

$$\beta_{ik} = \prod_{d=1}^p (1 - w_{id}^\tau [1 - \beta_{ikd}]) \quad (13)$$

如果所有的属性都具有最高的典型性(等于 1), 那么其像素典型性不受其权重干扰, 则可令权重 $w = 1/p$. 然而, 非标准化的权重干扰了数据项的典型性, 如果所有维度都有相同的权重, 并且每个

属性的典型性为 β , 则式(13)变为

$$\beta_{ik}(\beta) = \left[1 - \frac{1-\beta}{p^\tau} \right]^p$$

如图 2 所示, 当所有的属性在属性数(p)和属性的权重指数上都具有相等的典型性时, 如果属性的权重没有增加, 那么像素的典型性将独立地倾向于一个属性具有高或低的典型性. 如果所有属性都具有最小的典型性(等于 0), 随着属性的增加, 整个数据项的总典型性趋于 1. 因此, 如果属性是典型的, 则数据项之间没有差异. 通过增加属性的权重^[17], 将一个数据项的属性权值除以它的最大值, 即

$$\hat{w}_{id} \leftarrow \frac{w_{id}}{\max_{z \in \{1, 2, \dots, p\}} w_{zd}} \quad (14)$$

这个最大值总是大于 0. 在该过程中, 该数据项的所有权值都被缩放, 最大权值变为 1. 其中, \hat{w}_{id} 为第 i 个聚类中第 d 个属性的增强权重. 因此, 用式(14)代替式(12), 则有

$$\beta_{ik} = T \left(1 - \hat{w}_{i1}^\tau [1 - \beta_{ik1}], 1 - \hat{w}_{i2}^\tau [1 - \beta_{ik2}], \dots, 1 - \hat{w}_{id}^\tau [1 - \beta_{ikd}] \right) \quad (15)$$

为说明将排序操作和非局部空间信息结合的算法在噪声抑制能力和降低分割模糊化方面均优于单一的非局部空间信息^[18], 本文使用 Gibbs 采样器生成 3 幅不同的合成图像, 并用 5% 的混合噪声污染图像, 分 3 种情况讨论 2 种算法的性能. 在

图 3~图 5 中, 标记 3×3 区域的像素值, 红色矩形框标记区域的像素值, 其中灰色背景为噪声像素.

情况 1. 如图 3 所示, 当区域中心像素没有噪声, 但其邻域像素被噪声污染时. FCM-NLS^[11]和本文算法分别在第 38 次和第 29 次迭代后收敛. 理论上, 迭代后属于某一类的隶属度值应大于 0.5, 但 FCM-NLS^[11]算法在迭代后有 3 个像素未能正确分类; 其中, 有 1 个非噪声像素的隶属度值小于 0.5 (如红色矩形框标记所示), 说明非局部空间信息对噪声的鲁棒性较差, 难以分割被噪声严重污染的图像. 而本文算法在迭代收敛后, 所有像素的隶属度值均大于 0.9, 表明其能有效地抑制噪声, 实现更好像素聚类.

情况 2. 如图 4 所示, 中心像素被噪声污染, 邻域像素无噪声. FCM-NLS^[11]和本文算法分别在 38

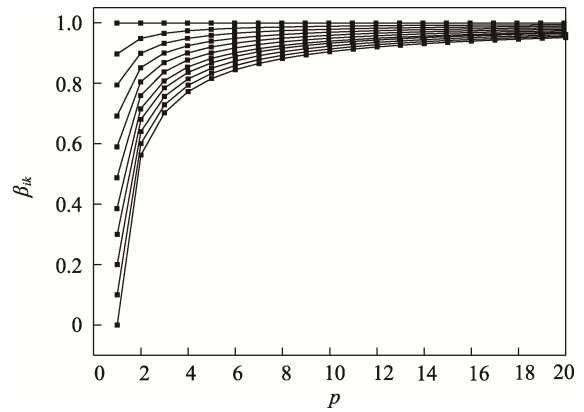
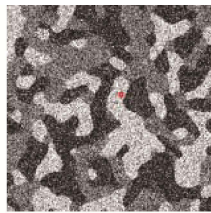


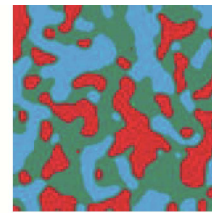
图 2 数据项的典型性



a. 噪声图像

133	202	139
138	222	189
249	201	244

b. 标记区域



c. 分割后图像

0.402 1	0.683 1	0.487 7
0.565 2	0.908 3	0.948 3
0.702 6	0.316 2	0.591 3

0.538 9	0.248 8	0.299 6
0.319 8	0.081 7	0.047 7
0.246 5	0.399 2	0.297 0

0.059 0	0.068 2	0.212 7
0.114 9	0.010 0	0.007 0
0.051 0	0.284 6	0.111 7

d. 文献[11]的分割隶属度值

0.990 5	0.976 4	0.961 2
0.955 2	0.982 9	0.972 7
0.999 0	0.975 2	0.950 6

0.007 9	0.019 5	0.032 0
0.038 2	0.014 2	0.022 5
0.000 8	0.005 7	0.040 2

0.001 6	0.004 1	0.006 8
0.006 6	0.002 9	0.004 8
0.000 1	0.019 1	0.009 2

e. 本文算法分割隶属度值

图 3 FCM-NLS^[11]和本文算法对中心像素不含噪声的性能对比

次和 31 迭代后收敛, 理论上, 迭代后属于某一类的隶属度值应大于 0.5, FCM-NLS^[11]算法在收敛后有 3 个像素未能正确分类; 其中, 中心像素也被错误分类. 而本文算法在收敛后最终的隶属度均大于 0.9. 表明其具有相同的噪声抑制能力.

情况 3. 在情况 1 和情况 2 中, 给定的像素是属于同一区域的, 但有些像素属于边界上. 如图 5 所示, 图 5b 显示了 2 个区域的像素(黑色区域为第 1 类像素, 白色区域为第 2 类像素, 灰色背景为噪

声像素), FCM-NLS^[11]和本文算法分别在 42 次和 32 次迭代后收敛. FCM-NLS^[11]算法在收敛后有 4 个像素未能正确分类, 而本文算法在收敛后最终的隶属度均大于 0.9, 说明本文算法在分割噪声图像的同时能更好地保存图像的边缘信息.

本文算法步骤如下.

输入. 设定集群聚类簇数目 $c(1 < c < n)$ 和模糊指数 $m \in (1, \infty)$, 初始化 $\beta_{ik} = 1, f_k = 1, h_{ikd} = 1$, 模糊程度系数 α , 模糊权重因子 $\tau \in (1, \infty)$, 正则化参数

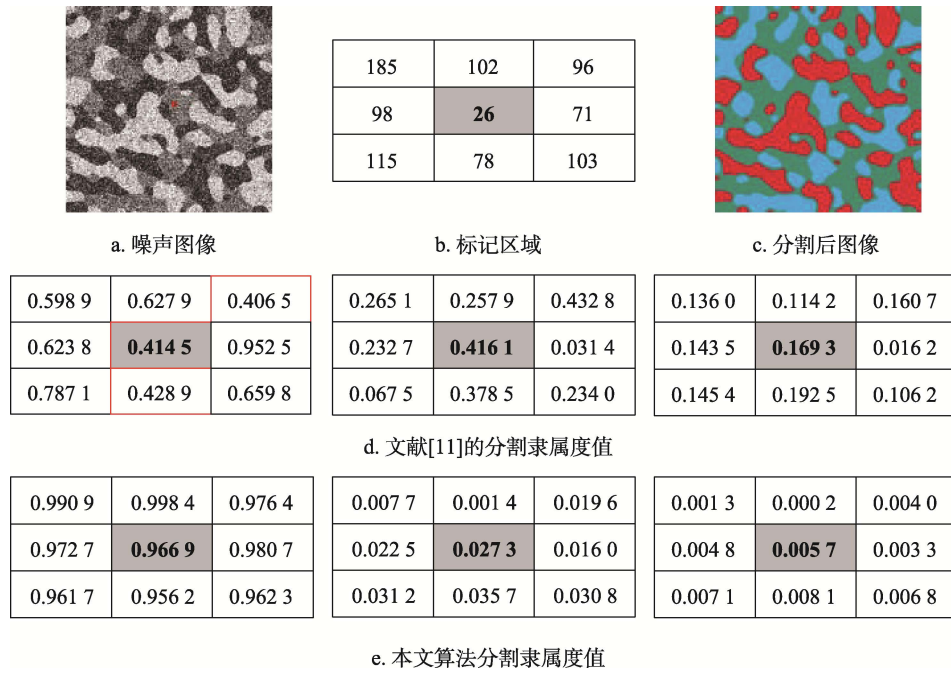


图 4 FCM-NLS^[11]和本文算法对中心像素为噪声像素的性能对比

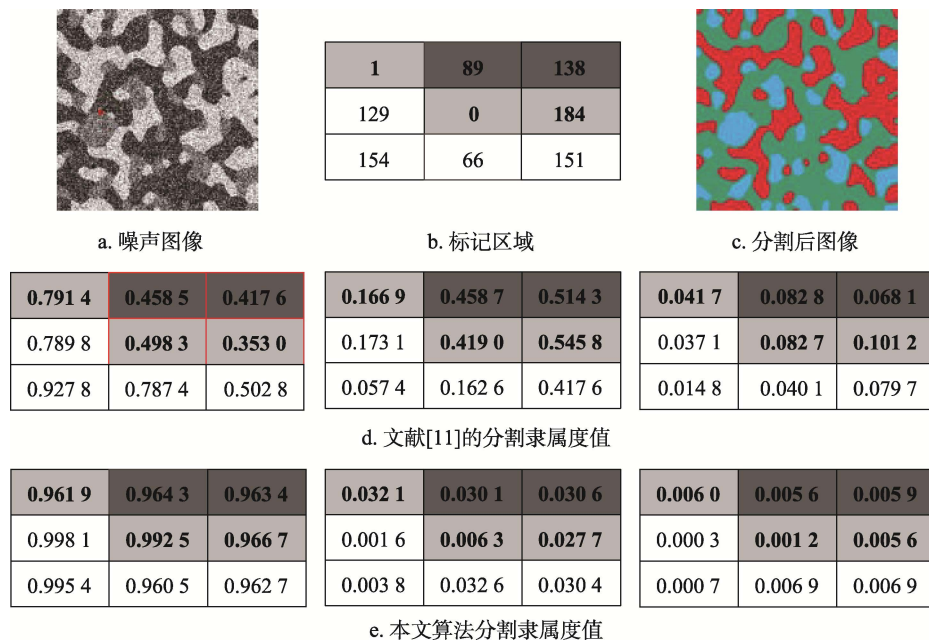


图 5 FCM-NLS^[11]和本文算法对像素位于物体的边界上性能对比

γ , 局部窗口大小 l 、非局部窗口半径 S 、衰减参数 h , 最大迭代次数 $t = 500$, 设置迭代停止阈值 $\varepsilon = 10^{-5}$, 初始化隶属度矩阵 $U^{(0)}$.

输出. 隶属度矩阵 U , 权值矩阵 W 和聚类中心 V .

Step1. 使用式(1)计算非局部空间信息项 \bar{x}_k .

Step2. 使用式(7)更新聚类中心 v_{id} .

Step3. 使用式(6)更新模糊权重因子 w_{id} .

Step4. 计算残差和使用式(8)计算系数 h_{ikd} .

Step5. 计算排序残差得到排序函数式(9).

Step6. 使用式(10)或式(11)计算 β_{ikd} .

Step7. 使用式(15)计算 β_{ik} .

Step8. 使用式(3)更新综合典型性参数 f_k .

Step9. 使用式(5)来计算隶属度 u_{ik} .

Step10. 如果验证满足终止条件 $U^{(t)} - |U^{(t-1)}| > \varepsilon$, 则令 $t \leftarrow t+1$ 并转到 Step2; 否则, 算法结束.

3 收敛性证明

文献[9]使用交替迭代优化(alternating optimization, AO)方法^[19]对 FCOM 算法的收敛性进行了证明, 与 FCOM 算法不同, 本文 SFCOM-NLS 算法是使用非局部信息和子空间的图像分割算法. 因此, 有必要对其收敛性重新证明. 类似于文献[12,19-20], 本文直接给出定理 1~定理 3.

定理 1. 假设聚类中心 v_{id} 和模糊加权因子 w_{id} 是固定的, 隶属度 u_{ik} 是式(4)的严格局部最小值当且仅当从式(5)中获得.

证明. 对于 u_{ik} , 通过对式(4)求 u_{ik} 的一阶偏导数并将其设为 0 得到式(5). 可以判断一阶偏导函数的单调性. 因此, u_{ik} 取得最大值或最小值. 现在, 只需证明式(4)的二阶偏导数对于 u_{ik} 为正, 则可以表明在式(5)中的 u_{ik} 是式(4)的局部最小值. 式(4)的二阶偏导数 u_{ik} 为

$$m(m-1)\beta_{ik}u_{ik}^{m-2}\sum_{d=1}^p w_{id}^\tau (D(x_k, v_i) + \alpha D(\bar{x}_k, v_i)) \quad (16)$$

由 $D(x_k, v_i) \geq 0$, $D(\bar{x}_k, v_i) \geq 0$, $\beta_{ik} \in [0, 1]$, $w_{id} \in [0, 1]$, $m > 1$ 和 $\tau > 1$ 可知, 式(16)为正. 因此, 在式(5)中的 u_{ik} 是式(4)的局部最小值. 证毕.

定理 2. 假设模糊隶属度 u_{ik} 和聚类中心矩阵 v_{id} 固定, 模糊加权因子 w_{id} 是式(4)的严格局部最小值当且仅当它是从式(6)中获得.

证明. 与定理 1 相似, 只需证明式(4)的二阶偏导数对于 w_{id} 为正, 则可以证明在式(6)中 w_{id} 是式

(4)的局部最小值. 式(4)对于 w_{id} 的二阶偏导数为

$$\tau(\tau-1)w_{id}^{\tau-2}\left[\sum_{k=1}^n \beta_{ik}u_{ik}^m (D(x_k, v_i) + \alpha D(\bar{x}_k, v_i)) + \gamma\right] \quad (17)$$

由 $D(x_k, v_i) \geq 0$, $D(\bar{x}_k, v_i) \geq 0$, $\tau > 1$, $w_{id} \in [0, 1]$ 和 $\gamma \in [0, 1]$, 可知式(17)为正. 因此, 在式(6)中的 w_{id} 是式(4)的局部最小值. 证毕.

定理 3. 假设模糊隶属度 u_{ik} , 模糊加权因子 w_{id} 固定, 聚类中心 v_{id} 是式(7)的严格局部最小值当且仅当它是从式(4)中获得.

证明. 定理 3 的证明与定理 1 和定理 2 相似. 只需证明在式(4)中对于 v_{id} 的二阶偏导数为正, 则有式(7)中 v_{id} 是式(4)的局部最小值. 式(4)对于 v_{id} 的二阶偏导函数为

$$(1+\alpha)\sum_{k=1}^n \beta_{ik}u_{ik}^m w_{id}^\tau h_{ikd} \quad (18)$$

由 $\beta_{ik} \in [0, 1]$, $w_{id} \in [0, 1]$, $h_{ikd} > 0$, $m > 1$ 和 $\tau > 1$, 可知式(18)为正. 因此, 在式(7)中的 v_{id} 是式(4)的局部最小值. 证毕.

本文证明式(4)的拉格朗日函数达到一个最小值. 根据定理 1~定理 3, 并考虑隶属度矩阵 U 的更新式(5)、聚类中心 V 的更新式(6)和权值矩阵 W 的更新式(7), 以确保目标函数在式(4)最终能达到其局部最小值并收敛.

4 实验结果与分析

4.1 评价指标

为了验证本文算法的有效性, 分别在含噪合成图像和彩色图像进行分割验证. 与其他 5 种对比算法进行比较分析, 其中包括 FSC^[6], FCM-NLS^[11], FCOM^[9], FRFCM^[8]和 FSC-LNML^[12]算法; 并使用模糊划分系数(partition coefficient, V_{pc})^[12], 模糊划分熵(partition entropy, V_{pe})^[12], 分割精度(segmentation accuracy, SA)^[4]和标准化互信息(normalized mutual information, NMI)^[19]指标客观评价算法的分割性能. V_{pc} 和 V_{pe} 是衡量隶属度模糊化的 2 个指标; SA 用来评估算法分割的准确性, 以检验算法在处理图像边缘和细节方面的能力; NMI 用来评估算法的聚类准确性, 以检验图像的分割质量.

(1) V_{pc} ^[12]. 划分系数 V_{pc} 数值越大, 分割矩阵的模糊性越小, 聚类的效果越好. 其定义为

$$V_{pc} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^n u_{ik}^2.$$

(2) $V_{pe}^{[12]}$. 其反映分割矩阵的模糊程度. V_{pe} 数值越小, 像素分类越准确, 分割效果越好. 其定义为

$$V_{pe} = -\frac{1}{n} \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^n u_{ik} \ln(u_{ik}).$$

(3) SA^[4]. 其评价算法的分割精确程度, 表示在分割图像的总像素数中加入正确的分类像素. 其定义为

$$SA = \sum_{i=1}^c A_i \cap B_i / n.$$

其中, A_i 为属于第 i 个簇的像素集合; B_i 为参考图像中第 i 个簇的像素集合. SA 越大, 分割越精确.

(4) NMI^[19]. 标准化互信息将互信息 (mutual information, MI) 缩放到 0~1, 可用于评价分割后的图像与参考图像的相似程度. NMI 定义为

$$NMI = \frac{2MI(I_1, I_2)}{H(I_1) + H(I_2)} \times 100\%.$$

其中, $MI(I_1, I_2)$ 为图像 I_1 和 I_2 的互信息; $H(I_1)$ 和 $H(I_2)$ 分别为图像 I_1 和 I_2 参数的熵. NMI 越大, 分割效果越好, 最大为 100%.

4.2 参数设置

本文实验均基于 MATLAB R2018a 编程环境, Windows7 64 位操作系统, 3.40 GHz 的 Intel(R) 内核和 8 GB 内存的 PC 机上运行. 对于不同算法模型, 不同参数设置会有不同的分割性能. 为了保证算法的公平性, 对比算法的参数选择直接参考原文献, 本文 SFCOM-NLS 算法的参数设置如下: 非局部空间项权重 $\alpha=15$, 邻域窗口大小 $l=7$, 非局部窗口半径 $S=15$, 衰减控制参数 $h=25$, 权重正

则性参数 $\gamma=0.99$, 模糊权重指数 $\tau=2$.

4.3 含噪合成图像分割结果

对于噪声图像, 混合噪声的不确定性会导致噪声像素的强度和位置分布随时发生变化. 为了测试算法对含噪图像的分割性能, 选取了 3 幅大小均为 256×256 像素的合成图像, 分别加入 5%, 10%, 15% 和 20% 的等量高斯白噪声、椒盐噪声和乘性噪声的混合噪声污染图像. 表 1 所示为加入 20% 混合噪声时不同算法的对合成图像的视觉效果; 不同算法对含噪合成图像的分割性能指标对比如表 2 和表 3 所示.

在视觉效果上, FCOM 算法视觉效果较差, 因其未考虑任何空间信息, 分割结果中含有大量的噪声; 非局部空间信息能较好地抑制简单噪声, FCM-NLS 算法将非局部空间信息引入到 FCM 算法中, 能够有效地处理噪声密度小的情况. 如表 1 所示, 当簇数目大于 2 时, FCM-NLS 的视觉效果中存在大量的斑点噪声, 且不能有效地保存图像细节; FRFCM 算法是基于形态学重建和隶属度过滤快速鲁棒的方法, 当聚类数目增加时, 分割结果中出现大量的噪声像素, 这是因为作为预处理步骤的形态学重建的去噪能力并不理想; FSC-LNML 算法使用了更复杂的空间信息提取操作, 对于不同类型灰度图像能有效地保存图像的细节信息与边缘特征, 是一种有效的分割方法. 但在聚类数量增加时, 图像中出现少量的斑点噪声, 导致视觉效果较差; 本文算法在视觉效果上优于其他对比算法, 且能对 3 幅不同聚类数目的合成图像进行精准的分割, 对于噪声的处理和边缘细节的保留均能取得理想的分割结果.

表 1 各算法对含噪合成图像的分割结果(c=2, 3, 4)

图像	合成图像	噪声图像	分割结果					
			FSC ^[6]	FCM-NLS ^[11]	FCOM ^[9]	FRFCM ^[8]	FSC-LNML ^[12]	SFCOM-NLS
1								
2								
3								

表 2 各算法对不同混合噪声破坏的 3 种合成图像的 V_{pc} 和 V_{pe} 的比较

%

图像	噪声/%	FSC ^[6]		FCM-NLS ^[11]		FCOM ^[9]		FRFCM ^[8]		FSC-LNML ^[12]		SFCOM-NLS	
		V_{pc}	V_{pe}	V_{pc}	V_{pe}	V_{pc}	V_{pe}	V_{pc}	V_{pe}	V_{pc}	V_{pe}	V_{pc}	V_{pe}
合成图像 1	5	92.59	13.57	95.43	8.51	92.25	13.41	88.32	22.77	97.83	3.92	98.76	2.89
	10	89.08	18.71	93.95	11.53	88.81	17.94	83.40	29.86	97.32	4.86	97.91	3.79
	15	88.65	18.23	91.83	15.43	88.25	18.48	80.18	34.19	96.83	5.79	97.19	4.20
	20	89.46	19.39	89.30	19.73	88.90	17.53	77.44	37.75	96.38	6.65	96.86	6.02
合成图像 2	5	81.72	33.51	87.38	25.56	82.95	33.13	74.68	48.13	96.35	7.63	96.40	5.01
	10	83.67	30.08	78.86	40.16	84.07	29.60	64.79	64.33	95.26	10.29	95.47	7.44
	15	85.21	27.24	70.22	53.95	85.77	26.07	75.49	45.30	93.82	13.27	94.20	7.98
	20	86.31	25.14	63.65	64.07	87.62	23.63	70.64	53.80	92.06	17.83	92.38	9.40
合成图像 3	5	81.06	36.60	81.49	37.84	82.41	35.53	54.17	88.28	94.90	11.06	95.11	5.45
	10	82.00	34.64	70.93	56.39	84.84	32.54	55.19	85.51	92.91	15.38	93.82	7.55
	15	83.83	31.16	60.80	73.43	86.29	29.93	54.72	86.33	90.67	19.90	91.52	9.10
	20	85.05	28.76	52.96	87.30	87.99	26.96	51.21	92.55	88.35	24.26	90.40	11.07
均值		85.72	26.42	78.07	41.16	86.68	25.40	69.19	57.40	94.39	11.74	95.00	6.66
标准差		3.43	7.11	13.59	24.85	2.72	6.87	12.26	24.14	2.79	6.23	2.50	2.40

注. 粗体字表示 V_{pc} 和 V_{pe} 最优值.

表 3 各算法对不同混合噪声破坏的 3 种灰度图像的 SA 和 NMI 的比较

%

图像	噪声/%	FSC ^[6]		FCM-NLS ^[11]		FCOM ^[9]		FRFCM ^[8]		FSC-LNML ^[12]		SFCOM-NLS	
		SA	NMI	SA	NMI	SA	NMI	SA	NMI	SA	NMI	SA	NMI
合成图像 1	5	95.22	72.26	99.78	97.72	95.20	72.14	98.89	98.73	99.08	93.81	99.84	98.30
	10	86.47	43.11	99.63	96.46	86.64	43.53	98.72	97.22	99.22	93.40	99.65	97.38
	15	77.79	24.89	99.47	95.23	77.62	24.65	99.46	95.20	99.39	94.77	99.48	95.56
	20	72.44	16.60	99.23	93.44	71.93	16.96	99.11	92.79	99.17	93.03	99.19	94.48
合成图像 2	5	80.57	29.24	99.47	96.94	82.28	29.57	99.66	97.60	99.50	97.05	99.75	98.45
	10	72.67	15.79	99.20	95.59	74.21	15.98	72.45	33.18	99.37	96.37	99.63	97.76
	15	67.90	9.78	98.55	92.84	68.92	9.93	85.05	50.19	99.13	95.24	99.51	97.08
	20	49.39	3.53	97.27	88.09	49.22	4.66	81.10	43.71	98.50	92.96	98.61	93.04
合成图像 3	5	88.36	35.39	95.71	86.53	83.58	30.06	81.73	37.75	96.93	89.31	97.72	91.73
	10	44.60	7.39	95.33	85.45	44.55	14.48	66.84	22.98	95.94	86.81	97.61	91.34
	15	77.60	13.51	93.83	81.40	78.55	13.51	64.81	21.50	95.77	86.18	97.28	90.25
	20	73.82	9.15	92.05	76.83	74.97	9.98	65.02	21.63	94.50	82.78	96.91	89.09
均值		73.90	23.39	97.46	90.54	73.97	23.79	84.40	59.37	98.04	91.81	98.77	94.54
标准差		14.12	18.70	2.51	6.51	13.89	35.82	13.90	32.29	1.69	4.31	1.04	3.21

注. 粗体字表示 SA 和 NMI 最优值.

在性能指标上, 如表 2 所示, FCM-NLS 算法 V_{pc} 和 V_{pe} 的标准差最大, 分别为 13.59% 和 24.85%, 说明其的稳定性较差, 易受到噪声干扰; 如表 1 所示, 虽然 FRFCM 分割质量较好, 但随着聚类数量的增加, 其分割效果变差. 与其他算法相比, FRFCM 算法分割结果的模糊程度更为严重, 如其 V_{pc} 平均值为 69.19%, 低于 FSC 算法, 原因是其作为预处理步骤的形态学重建的去噪能力并不理想; FSC-LNML 使用更复杂的空间信息提取操

作, 对于噪声图像仍能保存图像的细节.

如表 3 所示, 通过 SA 和 NMI 客观地检验了图像分割的质量. 其中, FSC 和 FCOM 算法效果较差, FCOM 算法因考虑任何空间信息, 分割质量较差; FCM-NLS 算法能有效地对噪声密度小的图像进行分割. 但随着噪声密度和聚类数目的增加, 算法的性能逐渐降低, 鲁棒性降低; FRFCM 算法在进行处理 5% 的混合噪声时, NMI 达到 98.73%; FSC-LNML 算法的数值结果和本文算法的数值结

果相近, 其原因是 FSC-LNML 算法在局部方差信息、非局部空间信息和自适应约束条件下, 对噪声图像进行分割.

在上述实验中, 本文算法在各项性能指标上均优于其他对比算法, V_{pc} 和 V_{pe} 的平均值分别为 95.00% 和 6.66%, 标准差分别为 2.50% 和 2.40%, 说明算法较稳定. 实验结果表明, 具有非局部空间信息的 FCOM 算法可以进一步降低隶属度的模糊化, 更好地分割目标, 减少模糊效应. 本文算法的 SA 和 NMI 平均值为 98.77% 和 94.54%, 标准差为 1.04% 和 3.21%, 优于其他对比算法, 利用非局部空间信息和排序操作对像素数据典型性进行排序, 可使算法具有较好的稳定性, 对于边缘的分割更加准确, 在保存原始图像细节的同时, 更好地解决噪声图像分割问题.

4.4 彩色图像分割结果

彩色图像是多幅灰度图像在不同颜色通道上的排列组合, 第 4.3 节的数值结果表明, 本文算法对含噪灰度图像有较好的分割性能. 为了测试其对含噪彩色图像的分割性能, 本节采用不同数据集的彩色图像进行实验, 并展示各对比算法对彩色图像的视觉分割效果.

4.4.1 含噪彩色图像分割

从 BSDS500 数据集^[21]中选择 6 幅彩色图像, 并加入 15% 的混合噪声破坏, 利用本文算法和其他 5 种算法进行图像分割, 分割结果如表 4 所示.

FSC 和 FCOM 算法分割结果充满噪声像素, 使得分割目标难以正确识别, 说明这类算法对噪声很敏感. FCM-NLS 可以分割出 #42049, #100007 和 #48017 的目标, 但对其他图像的分割仍然充满噪声, 导致视觉效果较差. 这表明进行彩色图像分割时的非局部空间信息稳定性较差; FRFCM 出现严重的误分割现象, 不能正确地识别分割目标和背景, 图像破坏严重, 视觉效果最差; FSC-LNML 虽然能正确地分割目标与背景, 但它们都不能分割出图像 #238011 中的月亮, 其他分割结果中仍含有少量的噪声. 本文算法对 6 幅图像均能进行有效的分割, 不仅提高了抗噪性能, 视觉效果也较好.

4.4.2 含噪简单图像分割

从 MSRA1000 数据集^[22]中选取 7 幅大小不一的彩色图像进行分割, 并加入 15% 的混合噪声破坏, 如图 6 所示所有的分割结果基本不含噪声像素, 各分割区域轮廓较为清晰, 细节保存也较为完整, 表明 SFCOM-NLS 算法具有良好的噪声抑制能力和边缘细节保存能力.

4.4.3 含噪遥感图像分割

从 AID(Aerial Image Dataset)数据集^[23]中收集 7 幅彩色图像, 用于含噪彩色遥感图像分割. AID 数据集包含 30 个类别, 从中选取河流、广场、池塘、桥梁、体育馆和农田进行分割, 每幅图像大小为 600×600 像素, 都被 15% 的混合噪声污染, 分割结果如图 7 所示. 其中, 每个分割结果都是清晰的,

表 4 6 种算法对 BSDS500 数据集的图像分割结果

类别数及 图像编号	原始图像	噪声图像	分割结果					
			FSC ^[6]	FCM-NLS ^[11]	FCOM ^[9]	FRFCM ^[8]	FSC-LNML ^[12]	SFCOM-NLS
$c=2$ #24063								
$c=2$ #42049								
$c=2$ #100007								
$c=3$ #238011								
$c=4$ #241004								
$c=4$ #48017								



图 6 本文算法对 MSRA1000 数据集的图像分割结果

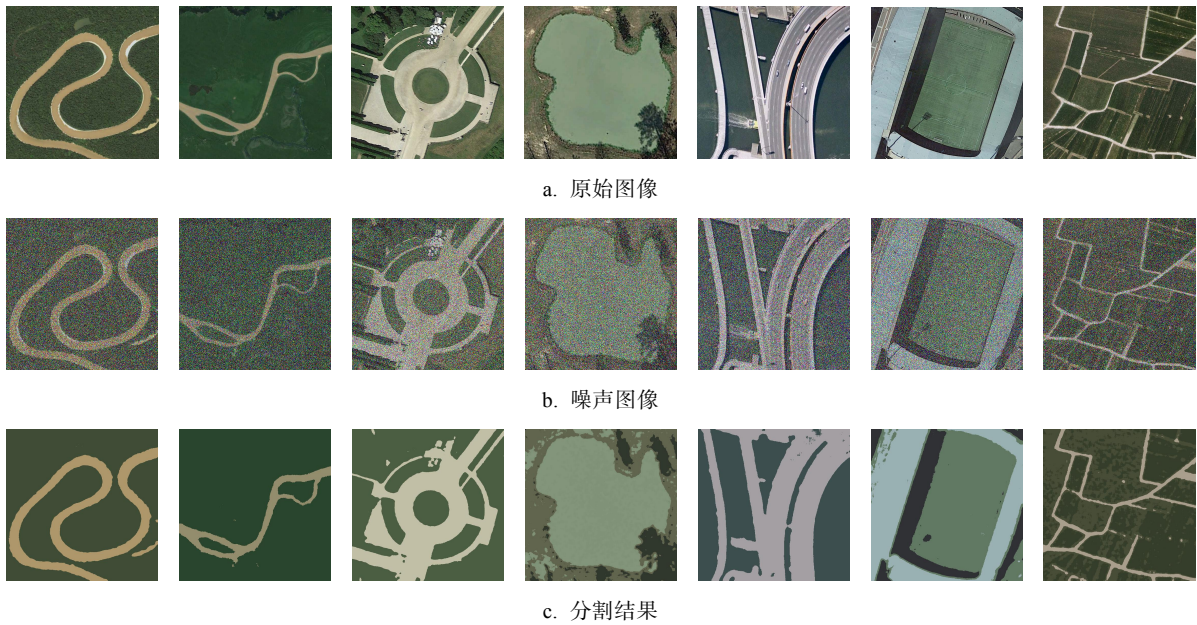


图 7 本文算法对 AID 数据集的图像分割结果

图像中的噪声被有效的抑制，河流的弯曲边界与原图中的边界几乎相似；第 3 列的广场边缘细节保存较好，第 4 列池塘区域是可识别的，分割得较好，噪声像素很少，但内湖周围的一些亮区域被误分割为内湖类别；第 5 列图像能准确地分割出大桥的目标；第 6 列的图像虽然体育馆上方的浅灰色钢质结构区域存在少量的噪声像素，但绿茵场和周围的浅绿色钢质结构均分割得较好；第 7 列白色窄路分割良好，并且在一定程度上能分割出不同颜色的农田区域。综上所述，SFCOM-NLS 算法对于含噪遥感图像的分割准确性更高，鲁棒性更好。

5 结 语

在目前已有的研究中，已有算法大多数只考虑了图像的灰度信息，并没有充分地考虑图像的空间信息，导致算法对噪声图像敏感。因此，本文提出一种基于非局部信息和子空间的模糊 C 有序均值聚类算法。首先计算图像非局部空间信息，利用非局部信息可以充分地提取更多图像的冗余信息，以保证算法对噪声图像的鲁棒性；当聚类过程中出现相似的类时，利用排序操作在隶属度中对像素进行典型性属性分析，并计算每个像素的典

型性, 再对其进行排序. 在每次迭代过程中更新像素的典型性, 提高像素聚类的准确性, 解决存在的误分割问题, 提高算法的稳健性和鲁棒性. 在进行图像分割时, 大多数算法都是利用每个通道像素的不同维度之间的距离的平均值进行分割, 这表明对每个维度数据的处理是相等的. 然而, 对于不同维度像素数和不同子空间之间的关联性可能不相同, 为不同维度分配适当的权重, 可提高彩色图像的分割性能. 通过含噪合成图像和含噪彩色图像的实验分析, 对比其他算法, 本文算法的抗噪性能更强, 分割精度更高, 视觉效果更好. 从理论上来说, V_{pc} , V_{pe} , SA 和 NMI 从不同角度反映算法的分割性能, 但在现有的研究中, 对这 4 种指标的充分性和互补性没有进行进一步研究和探索, 在未来的工作中将进一步对其充分性与互补性进行理论与实验的研究.

参考文献(References):

- [1] Luo Jun, Yang Yongsong, Shi Baoyu. Multi-threshold image segmentation of 2D Otsu based on improved adaptive differential evolution algorithm[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2019, 41(8): 2017-2024(in Chinese)
(罗钧, 杨永松, 侍宝玉. 基于改进的自适应差分演化算法的二维 Otsu 多阈值图像分割[J]. 电子与信息学报, 2019, 41(8): 2017-2024)
- [2] Giacomini M, Perotto S. Anisotropic mesh adaptation for region-based segmentation accounting for image spatial information[J]. Computers & Mathematics with Applications, 2022, 121: 1-17
- [3] Zhu Wei, Cen Kuan, Xu Xizhou, *et al.* Edge detection network with multi-depth feature enhancement and top-level information guidance[J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2021, 33(11): 1705-1714(in Chinese)
(朱威, 岑宽, 徐希舟, 等. 多深度特征增强与顶层信息引导的边缘检测网络[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2021, 33(11): 1705-1714)
- [4] Wang Xiaopeng, Wang Qingsheng, Jiao Jianjun, *et al.* Fuzzy C-means clustering with fast and adaptive non-local spatial constraint and membership linking for noise image segmentation[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2021, 43(1): 171-178(in Chinese)
(王小鹏, 王庆圣, 焦建军, 等. 快速自适应非局部空间加权与隶属度连接的模糊 C-均值噪声图像分割算法[J]. 电子与信息学报, 2021, 43(1): 171-178)
- [5] Bezdek J C, Ehrlich R, Full W. FCM: the fuzzy c-means clustering algorithm[J]. Computers & Geosciences, 1984, 10(2-3): 191-203
- [6] Gan G J, Wu J H, Yang Z J. A fuzzy subspace algorithm for clustering high dimensional data[C] //Proceedings of the 2nd International Conference on Advanced Data Mining and Applications. Heidelberg: Springer, 2006: 271-278
- [7] Ahmed M N, Yamany S M, Mohamed N, *et al.* A modified fuzzy c-means algorithm for bias field estimation and segmentation of MRI data[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2002, 21(3): 193-199
- [8] Lei T, Jia X H, Zhang Y N, *et al.* Significantly fast and robust fuzzy c-means clustering algorithm based on morphological reconstruction and membership filtering[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2018, 26(5): 3027-3041
- [9] Leski J M. Fuzzy c-ordered-means clustering[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2016, 286: 114-133
- [10] Siminski K. Fuzzy weighted C-ordered means clustering algorithm[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2017, 318: 1-33
- [11] Zhao F, Jiao L C, Liu H Q. Fuzzy c-means clustering with non local spatial information for noisy image segmentation[J]. Frontiers of Computer Science in China, 2011, 5(1): 45-56
- [12] Wei T Y, Wang X P, Li X N, *et al.* Fuzzy subspace clustering noisy image segmentation algorithm with adaptive local variance & non-local information and mean membership linking[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2022, 110: Article No.104672
- [13] Wang J Z, Kong J, Lu Y H, *et al.* A modified FCM algorithm for MRI brain image segmentation using both local and non-local spatial constraints[J]. Computerized Medical Imaging and Graphics, 2008, 32(8): 685-698
- [14] Huber P J. Robust statistics[M]. New York: John Wiley & Sons, 2004
- [15] Yager R R. On ordered weighted averaging aggregation operators in multicriteria decision making[J]. IEEE Transactions on systems, Man, and Cybernetics, 1988, 18(1): 183-190
- [16] Rutkowski L, Cpalka K. Flexible neuro-fuzzy systems[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2003, 14(3): 554-574
- [17] Simiński K. Neuro-fuzzy system with weighted attributes[J]. Soft Computing, 2014, 18(2): 285-297
- [18] Wang Xiaopeng, Wei Tongyi, Fang Chao, *et al.* Fuzzy C-means algorithm with adaptive non-local spatial constraints and K-L information for noisy image segmentation[J]. Control Theory & Applications, 2022, 39(7): 1261-1271(in Chinese)
(王小鹏, 魏统艺, 房超, 等. 自适应非局部空间约束与 K-L 信息的模糊 C-均值噪声图像分割算法. 控制理论与应用, 2022, 39(7): 1261-1271)
- [19] Groll L, Jakel J. A new convergence proof of fuzzy c-means[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2005, 13(5): 717-720
- [20] Hashemzadeh M, Oskouei A G, Farajzadeh N. New fuzzy C-means clustering method based on feature-weight and cluster-weight learning[J]. Applied Soft Computing, 2019, 78: 324-345
- [21] Arbelaez P, Maire M, Fowlkes C, *et al.* Contour detection and hierarchical image segmentation[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2011, 33(5): 898-916
- [22] Achanta R, Hemami S, Estrada F, *et al.* Frequency-tuned salient region detection[C] //Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Los Alamitos: IEEE Computer Society Press, 2009: 1597-1604
- [23] Xia G S, Hu J W, Hu F, *et al.* AID: a benchmark data set for performance evaluation of aerial scene classification[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2017, 55(7): 3965-3981

附录 A 隶属度函数、模糊加权因子及聚类中心的更新式推导

首先,给出了从目标函数式(2)得到拉格朗日式(4)方程,并通过式(4)求偏导,得到隶属度函数、模糊加权因子及聚类中心的更新式,具体如下:

$$G = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^n \beta_{ik} u_{ik}^m \sum_{d=1}^p w_{id}^\tau (D(x_{kd}, v_{id}) + \alpha D(\bar{x}_{kd}, v_{id})) + \gamma \sum_{i=1}^c \sum_{d=1}^p w_{id}^\tau - \sum_{k=1}^n \lambda_{k1} \left(\sum_{i=1}^c \beta_{ik} u_{ik} - f_k \right) - \sum_{k=1}^n \lambda_{k2} \left(\sum_{d=1}^p w_{id} - 1 \right) \quad (\text{A1})$$

$$\frac{\partial G}{\partial u_{ik}} = m \beta_{ik} u_{ik}^{m-1} \sum_{d=1}^p w_{id}^\tau (D(x_{kd}, v_{id}) + \alpha D(\bar{x}_{kd}, v_{id})) - \lambda_{k1} \beta_{ik} = 0 \\ \Rightarrow m u_{ik}^{m-1} \sum_{d=1}^p w_{id}^\tau (D(x_{kd}, v_{id}) + \alpha D(\bar{x}_{kd}, v_{id})) = \lambda_{k1}.$$

$$u_{ik} = \left(\frac{\lambda_{k1}}{m} \right)^{\frac{1}{m-1}} \left[\sum_{d=1}^p w_{id}^\tau (D(x_{kd}, v_{id}) + \alpha D(\bar{x}_{kd}, v_{id})) \right]^{\frac{-1}{m-1}} \quad (\text{A2})$$

$$\frac{\partial G}{\partial \lambda_{k1}} = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^c \beta_{ik} u_{ik} = f_k \quad (\text{A3})$$

将式(A2)代入式(A3)中,得到

$$\left(\frac{\lambda_k}{m} \right)^{\frac{1}{m-1}} = \frac{f_k}{\sum_{j=1}^c \beta_{jk} \left[\sum_{d=1}^p w_{jd}^\tau (D(x_{kd}, v_{id}) + \alpha D(\bar{x}_{kd}, v_{id})) \right]^{\frac{-1}{m-1}}} \quad (\text{A4})$$

将式(A4)代入式(A2)中,得到隶属度函数 u_{ik} (第 2 节中式(5)由此获得).

$$u_{ik} = \frac{f_k \left[\sum_{d=1}^p w_{id}^\tau (D(x_{kd}, v_{id}) + \alpha D(\bar{x}_{kd}, v_{id})) \right]^{\frac{-1}{m-1}}}{\sum_{i=1}^c \beta_{ik} \left[\sum_{d=1}^p w_{id}^\tau (D(x_{kd}, v_{id}) + \alpha D(\bar{x}_{kd}, v_{id})) \right]^{\frac{-1}{m-1}}} \quad (\text{A5})$$

接着,对式(4)中 w_{id} 求偏导,有

$$\frac{\partial G}{\partial w_{id}} = \tau w_{id}^{\tau-1} \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^n \beta_{ik} u_{ik}^m (D(x_{kd}, v_{id}) + \alpha D(\bar{x}_{kd}, v_{id})) + \gamma \tau w_{id}^{\tau-1} - \lambda_{k2} = 0 \\ \Rightarrow \tau w_{id}^{\tau-1} \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^n \beta_{ik} u_{ik}^m (D(x_{kd}, v_{id}) + \alpha D(\bar{x}_{kd}, v_{id})) + \gamma \tau w_{id}^{\tau-1} = \lambda_{k2}.$$

$$w_{id} = \left(\frac{\lambda_{k2}}{\tau} \right)^{\frac{1}{\tau-1}}.$$

$$\left[\sum_{k=1}^n \beta_{ik} u_{ik}^m (D(x_{kd}, v_{id}) + \alpha D(\bar{x}_{kd}, v_{id})) + \gamma \right]^{\frac{-1}{\tau-1}} \quad (\text{A6})$$

$$\frac{\partial G}{\partial \lambda_{k2}} = 0 \Rightarrow \sum_{d=1}^p w_{id} = 1 \quad (\text{A7})$$

将式(A6)代入式(A7)中,则有

$$\left(\frac{\lambda_{k2}}{\tau} \right)^{\frac{1}{\tau-1}} = \frac{1}{\sum_{d=1}^p \left[\sum_{k=1}^n \beta_{ik} u_{ik}^m (D(x_{kd}, v_{id}) + \alpha D(\bar{x}_{kd}, v_{id})) + \gamma \right]^{\frac{-1}{\tau-1}}} \quad (\text{A8})$$

将式(A8)代入式(A6)中,得到 w_{id} (第 2 节中式(6)由此获得).

$$w_{id} = \frac{\left[\sum_{k=1}^n \beta_{ik} u_{ik}^m (D(x_{kd}, v_{id}) + \alpha D(\bar{x}_{kd}, v_{id})) + \gamma \right]^{\frac{-1}{\tau-1}}}{\sum_{d=1}^p \left[\sum_{k=1}^n \beta_{ik} u_{ik}^m (D(x_{kd}, v_{id}) + \alpha D(\bar{x}_{kd}, v_{id})) + \gamma \right]^{\frac{-1}{\tau-1}}} \quad (\text{A9})$$

最后,对式(4)中聚类中心 v_{id} 求偏导,有

$$D(x_k, v_i) = \sum_{d=1}^p D(x_{kd}, v_{id}) = \sum_{d=1}^p h_{ikd} (x_{kd} - v_{id})^2.$$

$$\frac{\partial G}{\partial v_{id}} = -2 \sum_{k=1}^n \beta_{ik} u_{ik}^m w_{id}^\tau h_{ikd} (x_{kd} - v_{id}) -$$

$$2\alpha \sum_{k=1}^n \beta_{ik} u_{ik}^m w_{id}^\tau h_{ikd} (\bar{x}_{kd} - v_{id}) = 0$$

$$\Rightarrow -2 w_{id}^\tau \sum_{k=1}^n \beta_{ik} u_{ik}^m h_{ikd} x_{kd} + 2 w_{id}^\tau v_{id} \sum_{k=1}^n \beta_{ik} u_{ik}^m h_{ikd} -$$

$$2\alpha w_{id}^\tau \sum_{k=1}^n \beta_{ik} u_{ik}^m h_{ikd} \bar{x}_{kd} + 2\alpha w_{id}^\tau v_{id} \sum_{k=1}^n \beta_{ik} u_{ik}^m h_{ikd} = 0$$

$$\Rightarrow (1 + \alpha) v_{id} \sum_{k=1}^n \beta_{ik} u_{ik}^m h_{ikd} = \sum_{k=1}^n \beta_{ik} u_{ik}^m h_{ikd} (x_{kd} + \alpha \bar{x}_{kd}).$$

因此,第 2 节中式(7)由此获得

$$v_{id} = \frac{\sum_{k=1}^n \beta_{ik} u_{ik}^m h_{ikd} (x_{kd} + \alpha \bar{x}_{kd})}{(1 + \alpha) \sum_{k=1}^n \beta_{ik} u_{ik}^m h_{ikd}} \quad (\text{A10})$$