

基于分割的三维网格模型可展结构设计

孙晓鹏¹⁾, 栗菲旋^{2,3)*}

¹⁾ (佛山科学技术学院计算机系 佛山 528225)

²⁾ (中国电信股份有限公司沈阳分公司 沈阳 110026)

³⁾ (辽宁师范大学 计算机系统研究所 大连 116029)

(xpsun@fosu.edu.cn)

摘要: 随着柔性制造和精密器械的高速发展, 基于三维网格模型的拉胀连杆等可展结构逼近技术已成为研究热点. 可拉伸的负泊松比可展结构, 可通过弯曲拉伸等几何变换改变外形, 实现二维平面结构与三维空间结构之间的转换. 针对目前可展结构设计不适用三维封闭模型、不能实现模型边界形状匹配等不足, 提出基于分割的三维网格模型可展结构设计方法. 首先, 对封闭的三维网格模型做分割预处理; 其次, 以固定边界映射代替重新网格化, 作为构造初始连杆结构的基础, 并基于边界形状匹配约束构造边界; 然后, 构造非线性约束优化问题, 得到可收缩的三维展开连杆结构, 通过投影边长等约束优化二维连杆结构, 得到紧凑的二维收缩连杆结构; 边界匹配扭曲失真等实验结果表明, 文中方法能够有效地实现与盘同胚的、封闭的三维网格模型可展结构设计, 并在边界形状匹配和二维收缩连杆紧凑性等方面具有显著优势.

关键词: 可展结构; 连杆结构; 约束优化; 网格分割.

中图分类号: TP391.41 DOI: 10.3724/SP.J.1089.2023.2023-00024

Developable Structure Design of 3D Model Using Segmentation

Sun Xiaopeng¹⁾ and Li Feixuan^{2,3)}

¹⁾ (Department of Computer Science, Foshan University, Foshan 528225)

²⁾ (China Telecom Corporation Limited, Shenyang Branch, Shenyang 110026)

³⁾ (Institute of Computer System, Liaoning Normal University, Dalian 116029)

Abstract: With the rapid development of flexible manufacturing and precision equipment, the expansion linkage and other deployable structure approximation technology based on 3D mesh model has become a research hot spot. The deployable structure with negative Poisson's ratio can change the shape by geometric transformations such as bending and stretching, and convert between the 2D planar structure and its 3D structure. To address the shortcomings, such as not being suitable for 3D closed models and not being able to achieve model boundary shape matching, this article proposes a 3D mesh model expandable structure design method based on segmentation. Firstly, the closed 3D mesh model is segmented as a preprocessing. Secondly, fixed boundary mapping is used instead of the re-meshing as the basis for constructing the initial linkage structure, and the boundary is constructed based on boundary shape matching constraints. Then, the nonlinear constraint optimization problem is constructed, and the shrinkable 3D unfolded linkage structure is obtained, and the 2D linkage structure is optimized by the constraints such as projected edge length, and a compact 2D shrinkage linkage structure is obtained. The boundary matching and distortion show that the proposed algorithm can effectively realize the deployable structure design of closed 3D mesh model with disc-identical morphism, and has significant advantages in boundary shape matching and 2D shrinkage linkage compactness.

Key words: deployable structure; linkage; constraint optimization; mesh segmentation

随着航天建筑、工业设计以及精密机械等领

域对多稳态铰接^[1-2]、多自由度铰剪^[3]、可重构天线

[4]、血管支架[5]和建筑设计[6]等可展结构在造型美观、重构灵活等方面的需求不断增长[7],多稳态可展结构以其能够在特定需求下快速重构的优异性能[8],成为国内外研究热点[9-10]。

现有可展结构设计方法,仅适用于结构简单、与盘同胚的三维物体,且受限于连杆单元和展开布局规则,多数可展结构不能很好地逼近开放边界[11];同时,对应的二维收缩连杆结构存在孔隙,增加了运输和存储难度[12-14]。

针对以上不足,本文提出基于分割的可展结构设计方法,将封闭的三维网格分割[15]为若干与盘同胚的曲面片;基于边界固定映射[16]构造初始连杆结构,并添加边界形状约束[17]逼近边界点;在分割处边界构造三维展开连杆;引入收缩约束和投影边长约束[18],通过优化构造紧凑的二维收缩连杆设计。

1 相关工作

本文旨在基于切割将三维网格模型转化为二维平面内的映射,实现二维平面结构与三维空间可展结构相互转换。相关领域主要包括网格分割和可展结构等2部分,近年来相关研究进展如下。

网格分割依据表面几何特征和拓扑特征,将三维网格模型分解成一组互不连通的网格子集,即网格曲面片。Zhang等[19]提出变分网格分解,可同时实现分割和边界平滑优化,但不能保证分割得到的网格曲面片自身连通性。Mejia等[20]提出网格模型的谱分割,但需要通过交互避免过度分割,否则将产生大量的碎片网格。Sun等[21]提出基于测地曲率的网格分割,以测地曲率分布衡量分割片的相似性。Zhao等[22]提出在线快速网格分割,可快速地训练和进行网格分割,以满足Web环境对高效和实时数字几何处理的要求。龚思洁等[23]提出基于能量优化的三维网格模型分割,以能量函数和区分度确定分割点,依据最小能量原则构造分割线。本文采用自适应的层次聚类网格分割[15],不依赖网格模型连通性,适用于亏格模型,同时可避免过度分割和边界锯齿。

三维网格模型的可展结构多具有负泊松比。Chen等[24]提出二维可展剪刀连杆结构,它由一组X形剪刀单元组合而成,可逼近简单的平面形状,但其不适用于三维网格模型。剪刀连杆结构仅考虑逼近目标模型的边界形状,伸缩比较大,内部镂空会导致覆盖面积较小。针对此不足,基于刚性不可伸展的二维流形表面的切口设计构造三维切纹,基于切纹单元的刚性旋转调节拉伸变形,切纹单元本身不变形,即刚性连杆,以切纹单元为连杆连接顶点为铰链点,连杆单元绕铰链点旋转,以实现三维可展结构设计。平面可展结构多基于三角形、正方形和六边形单元等平面多边形的周期性平铺[25]。Konakovi等[11]提出基于共形映射和全局非线性

优化的可展结构设计方法,以局部近似均匀展开形式逼近三维曲面模型。上述方法均基于重新网格化构造连杆单元,无法高精度逼近三维网格模型边界,且不适用于封闭的三维网格模型。

针对封闭的三维网格模型的可展结构设计问题,本文首先对封闭的初始三维网格模型进行分割预处理,通过共形映射[26]得到转换为二维平面分割片。然后基于固定边界映射方法构造二维展开连杆结构,并将其逆映射回三维模型上,得到初始三维展开连杆结构。添加边界形状匹配约束、收缩性约束、表面匹配约束和非穿透约束,优化三维展开连杆结构顶点位置。最后基于投影边长约束优化初始二维收缩连杆结构的顶点位置,得到紧凑的二维收缩连杆结构。

2 可展结构设计

设离散三角网格模型 $M = \{F, E, V\}$, 片集合为 $F = \{f_1, f_2, \dots, f_m\}$, 点集合为 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, 由对称有向半边组成的边集合为 $E = \{e_{ij}, e_{ji}, v_i, v_j \in V\}$ 。

2.1 分割预处理

本文基于分割预处理为共性映射提供与盘同胚的网格面片。以 M 的二部分割 $\{M_1, M_2\}$ 为例, 计算所有相邻面片对 $f_i, f_j (i, j \in 1, 2, \dots, m)$ 之间的测地距离 $\text{Geo}_{\text{dis}}(ij)$ 和角度距离 $\text{Ang}_{\text{dis}}(ij)$, 则 f_i 和 f_j 之间的广义距离[15]可表示为

$$d(ij) = \frac{\sigma \text{Geo}_{\text{dis}}(ij)}{\text{avg}(\text{Geo}_{\text{dis}})} + \frac{(1 - \sigma) \text{Ang}_{\text{dis}}(ij)}{\text{avg}(\text{Ang}_{\text{dis}})}$$

其中, σ 为权值。基于 Dijkstra 算法[27]计算每个面片到其他面片的最短距离 D , 以相距最远的2个面片作为 $\{M_1, M_2\}$ 的种子 $\{f_{\text{rep1}}, f_{\text{rep2}}\}$; 则分属概率

$$P_1(f_i) = D(f_i, f_{\text{rep2}}) / (D(f_i, f_{\text{rep1}}) + D(f_i, f_{\text{rep2}}))$$

$$P_2(f_i) = D(f_i, f_{\text{rep1}}) / (D(f_i, f_{\text{rep1}}) + D(f_i, f_{\text{rep2}}))$$

将面片 f_i 聚类到分属概率较大的分割区域; 更新种子面片以及分属概率, 直到种子面片不再变化; 构造模糊区域, 基于最大二面角确定分割边界。图1a为二部分割效果, 图1b为基于共形映射[26] $f_1: M \rightarrow M'$ 射到平面域所得平面片 $\{M'_1, M'_2\}$, 分别记为

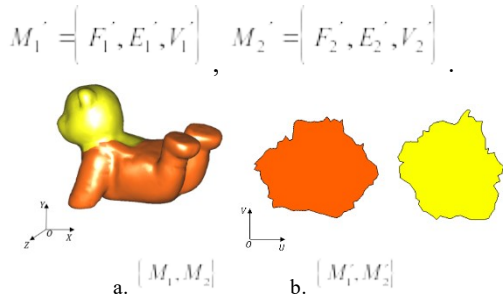


图1 网格分割结果和共形映射结果

2.2 边界提取

对于边集合 $E = \{ \langle e_{ij}, e_{ji} \rangle, v_i, v_j \in V \}$, 当 e_{ij} 和 e_{ji} 均不为零时, $\langle e_{ij}, e_{ji} \rangle$ 为内部边的2条有向半边, e_{ij} 表示自顶点 v_i 指向顶点 v_j 的有向半边 $\langle e_{ij}, e_{ji} \rangle$ 邻接2个三角面片; 当 e_{ji} 取值为零时, e_{ji} 无对应半边为边界边, 且只有一个邻接三角面片, v_i 和 v_j 为边界点。

为提取分割 $\{M_1^*, M_2^*\}$ 边界, 首先构造半边集合 $E_1^* = \{ \langle e_{ij}^1, e_{ji}^1 \rangle, v_i^1, v_j^1 \in V_1 \}$ 和 $E_2^* = \{ \langle e_{ij}^2, e_{ji}^2 \rangle, v_i^2, v_j^2 \in V_2 \}$, 判断半边值是否为零, 得边界边集 $\{\partial M_1^*, \partial M_2^*\}$ 和边界点集 $\{B_1^*, B_2^*\}$, 图2为2个分割片的边界形状, 紫色点为边界点。

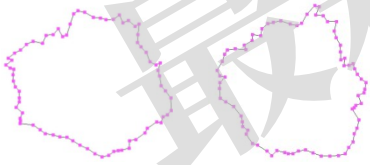


图2 边界形状和边界点

2.3 初始化展开连杆

本节基于边界点集 $\{B_1^*, B_2^*\}$ 构造初始的等边三角形网格. 由于网格分割 $\{M_1^*, M_2^*\}$ 通过分裂边界线上的边和顶点实现, 因此 M_1^* 和 M_2^* 具有相同数量的边界点, 且一一对应, 即 B_1^* 和 B_2^* 数量相同. 本节以 B_1^* 为例介绍算法流程.

已知 $B_1^* = \{v_1^1, v_2^1, \dots, v_{m_1}^1\}$, m_1 为边界点数量, 为实现固定边界映射, 需要构造具有同样边界点数量 m_1 的等边三角网格 $K_{2D}^1 = \{F_{K2D}^1, E_{K2D}^1, V_{K2D}^1\}$. 通过判断半边得到 K_{2D}^1 的边界点, 重新排序后得到点集 $V_{K2D}^1 = \{v_1^{1K2D}, v_2^{1K2D}, \dots, v_{m_1}^{1K2D}, v_{m_1+1}^{1K2D}, \dots, v_{m_1+n_1}^{1K2D}\}$

其中 $\{v_1^{1K2D}, v_2^{1K2D}, \dots, v_{m_1}^{1K2D}\}$ 为边界点, $\{v_{m_1+1}^{1K2D}, \dots, v_{m_1+n_1}^{1K2D}\}$ 为内部点. 基于固定边界

映射 $f_2: K_{2D}^1 \rightarrow \tilde{K}_{2D}^1$, 映射到边界点集 B_1^* 构成的闭合形状^[16].

固定边界点 $v_i^{1K2D} \rightarrow v_i^1, 1 \leq i \leq m_1, v_i^1 \in B_1^*$, 然后构造顶点间的拉普拉斯矩阵 $W_{ij}^1 (1 \leq i, j \leq m_1 + n_1)$. 其中, (v_i^{1K2D}, v_j^{1K2D})

为 E_{K2D}^1 中属于同一条边的2个顶点; W_{ij}^1 以均值为权重^[16], 即

$$\omega_{ij} = (\tan(\gamma_{ij}/2) + \tan(\delta_{ij}/2)) / (\|v_i^{1K2D} - v_j^{1K2D}\|)$$

v_i^{1K2D} 和 v_j^{1K2D} 为顶点位置的三维坐标, γ_{ij}

和 δ_{ij} 的含义如图3所示. W_{ij}^1 对角线的值为该行的权重之和.

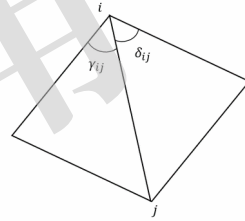
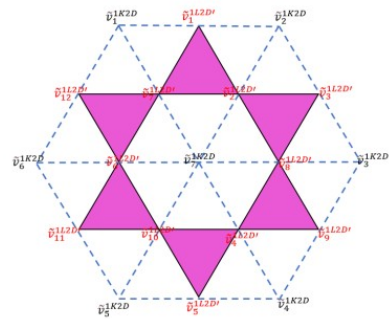


图3 权值参数含义

基于映射构造对称线性方程^[16], 求解得到

$$\tilde{V}_{K2D}^1 = \{\tilde{v}_1^{1K2D}, \tilde{v}_2^{1K2D}, \dots, \tilde{v}_{m_1}^{1K2D}, \tilde{v}_{m_1+1}^{1K2D}, \dots, \tilde{v}_{m_1+n_1}^{1K2D}\}$$

本文基于网格细分^[28]在 $\tilde{K}_{2D}^1$ 中构造初始二维展开连杆 $\tilde{L}_{2D}^1$. 如图4a, 连接每个三角形单元内3条半边的中点构造内侧三角形, 得到 $\tilde{L}_{2D}^1 = \{\tilde{F}_{L2D}^1, \tilde{E}_{L2D}^1, \tilde{V}_{L2D}^1\}$, 同理得到 $\tilde{K}_{2D}^2$. 图4b为网格模型的2个初始二维展开连杆 $\tilde{K}_{2D}^1$ 和 $\tilde{K}_{2D}^2$.



a. 网格细分构造内侧三角形

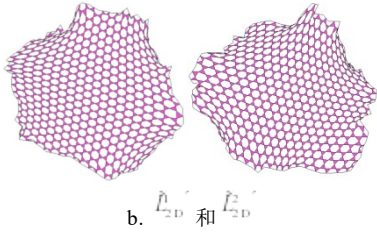


图 4 构造初始二维展开连杆结构

为优化三维约束, 基于逆映射 $f_j: \tilde{L}_{2D}^1 \rightarrow \tilde{L}_{3D}^1$ 得到初始三维初始展开连杆 $\tilde{L}_{3D}^1 = \{\tilde{F}_{L3D}^1, \tilde{E}_{L3D}^1, \tilde{V}_{L3D}^1\}$. 其中 $\tilde{V}_{L3D}^1 = \{\tilde{v}_1^{1L3D}, \tilde{v}_2^{1L3D}, \dots, \tilde{v}_{m_1}^{1L3D}, \tilde{v}_{m_1+1}^{1L3D}, \dots, \tilde{v}_{m_1+r_1}^{1L3D}\}$ r_1 为 $\tilde{L}_{3D}^1$ 内部顶点数量.

首先, 判断 $\tilde{v}_j^{1L2D} (\tilde{v}_j^{1L2D} \in \tilde{V}_{L2D}^1)$ 是否在 $f_j^{-1}(f_j^{-1} \in F_1)$ 内; 然后, 如图 5 所示, 分别计算 $\tilde{v}_j^{1L2D}$ 与 f_j^{-1} 的 3 个顶点 $\{v_w^1, v_o^1, v_k^1\}$ 构造的三角形面积 S_1, S_2, S_3 . 其中, $v_w^1, v_o^1, v_k^1 \in V_1$ 三维空间对应点为 $v_w^1, v_o^1, v_k^1 \in V_1$. 基于面积构造逆映射 $\tilde{v}_j^{1L3D} = \varphi_1 v_w^1 + \varphi_2 v_o^1 + \varphi_3 v_k^1$, 其中, $\varphi_1 = S_1 / (S_1 + S_2 + S_3)$, $\varphi_2 = S_2 / (S_1 + S_2 + S_3)$, $\varphi_3 = S_3 / (S_1 + S_2 + S_3)$.

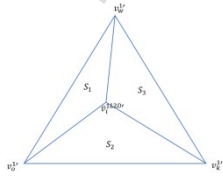


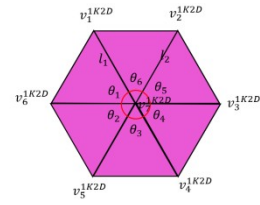
图 5 初始三维展开连杆结构的三角形内部顶点

2.4 约束优化

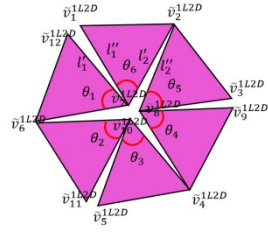
对初始展开连杆 $\tilde{L}_{3D}^1$ 和 $\tilde{L}_{2D}^1$ 添加非线性收缩约束, 求解约束优化, 构造展开连杆 L_{3D}^1 和 L_{2D}^1 .

以 $\tilde{L}_{3D}^1$ 为例, 在 K_{2D}^1 中沿三角面片边缘构造切纹, 得到可展开的初始二维收缩连杆 $\tilde{L}_{2D}^1$. 其中每个顶点与 $\tilde{L}_{2D}^1$ 顶点一一对应.

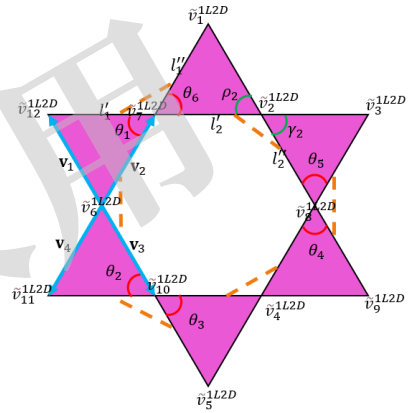
图 6 所示为 K_{2D}^1 添加切纹后的角度对应情况和边长对应情况, 以及完全展开效果, 其中, 图 6c 所示橙色虚线连接一组对应边.



a. 等边三角形网格



b. 添加切割构造的连杆结构



c. 连杆完全展开

图 6 连杆结构对应情况

本文采用的收缩性约束、表面匹配约束、边界形状匹配约束^[17]和非穿透约束^[11]. 如图 6b 所示, 收缩性约束为切割后对应边的边长 l_1' 和 l_1'' 满足 $l_1'^2 - l_1''^2 = 0$, 角度和满足 $\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 + \theta_6 =$

2π , 表面匹配约束为内部顶点 $\{\tilde{v}_{m_1+1}^{1L3D}, \dots, \tilde{v}_{m_1+r_1}^{1L3D}\}$ 均满足

$\|\tilde{v}_j^{1L3D} - R_{M_1}(\tilde{v}_j^{1L3D})\|^2 = 0$, $m_1 + 1 \leq j \leq m_1 + r_1$;

$R_{M_1}(\tilde{v}_j^{1L3D})$ 为 $\tilde{v}_j^{1L3D}$ 在 M_1 上的投影. 边界形状匹配约要求 L_{3D}^1 边界固定在 M_1 的边界 ∂M_1 上, 即 $\tilde{L}_{3D}^1$ 所

有边界顶点满足 $\|\tilde{v}_j^{1L3D} - R_{\partial M_1}(V_j)\|^2 = 0$, $1 \leq j \leq m_1$;

$R_{\partial M_1}(\tilde{v}_j^{1L3D})$ 表示 $\tilde{v}_j^{1L3D}$ 在 ∂M_1 的投影. 非穿透约束 $\langle (v_1 \times v_2), (v_2 \times v_3) \rangle \geq 0$ 阻止面重叠, v_1, v_2, v_3 和 v_4 为

同一顶点的 4 个边向量 (v_1, v_2) 和 (v_3, v_4) 属于共有 2 个三角形的 2 个三角形, 如图 6c 蓝色箭头所示. 约束优化的目标函数为

$\sum_{k=1}^{N_{ad}} ((\rho_k - \varepsilon_k)^2 + (l_k' - l_k'')^2) / N_{ad}$. 其中, N_{ad} 为拥

有同一顶点的三角面片对的总数; ρ_k 和 ε_k 为一组

三角面片对的对应角角度; l_k 和 l_k^* 为一组三角面片对的对应边长度, 如图 6c 所示。

本文采用拉格朗日法求解优化问题, 可得满足所有约束的顶点位置。首先构造基于 $\tilde{L}_{3D}^1$ 顶点集 $\left[\tilde{v}_1^{1L3D}, \tilde{v}_2^{1L3D}, \dots, \tilde{v}_{m_1}^{1L3D}, \tilde{v}_{m_1+1}^{1L3D}, \dots, \tilde{v}_{m_1+n_1}^{1L3D} \right]$ 的拉格朗日函数, 基于拉格朗日法^[29]迭代求解, 得到满足约束的顶点坐标 $\left[\tilde{v}_1^{1L3D}, \tilde{v}_2^{1L3D}, \dots, \tilde{v}_{m_1}^{1L3D}, \tilde{v}_{m_1+1}^{1L3D}, \dots, \tilde{v}_{m_1+n_1}^{1L3D} \right]$ 。根据 $\tilde{L}_{2D}^1$ 与 L_{3D}^1 顶点间的一一对应关系, 最小化投影边长约束能量^[18] $E_{\text{energy}}^{\tilde{L}_{2D}^1}$ 优化 $\tilde{L}_{2D}^1$ 的顶点坐标

$$E_{\text{energy}}^{\tilde{L}_{2D}^1} = \sum_{(i,j) \in \tilde{E}_{L_{2D}^1}^1} \left\| \tilde{v}_i^{1L3D} - \tilde{v}_j^{1L3D} \right\| - R_{\text{edge}} \left(\tilde{v}_i^{1L3D}, \tilde{v}_j^{1L3D} \right) \Big|_2^2.$$

其中,

$$R_{\text{edge}} \left(\tilde{v}_i^{1L2D}, \tilde{v}_j^{1L2D} \right) = \left(\left\| \tilde{v}_i^{1L2D} - \tilde{v}_j^{1L2D} \right\| / \left\| \tilde{v}_i^{1L2D} - \tilde{v}_j^{1L2D} \right\| \right) \left(\left\| \tilde{v}_i^{1L2D} - \tilde{v}_j^{1L2D} \right\| \right)$$

为投影算子, $\tilde{E}_{L_{2D}^1}^1$ 为 $\tilde{L}_{2D}^1$ 的边集; $\tilde{v}_i^{1L2D}, \tilde{v}_j^{1L2D}$ 为 $\tilde{L}_{2D}^1$ 中的顶点位置坐标, 非穿透约束下, 记优化后的 L_{2D}^1 顶点坐标为 $\left[\tilde{v}_1^{1L2D}, \dots, \tilde{v}_{m_1}^{1L2D}, \tilde{v}_{m_1+1}^{1L2D}, \dots, \tilde{v}_{m_1+n_1}^{1L2D} \right]$ 。

3 实验结果及分析

本文实验环境为 Intel Core(TM) i7, 3.6 GHz, 16 GB, Microsoft Windows 9.0, Microsoft Visual Studio 2010 C++, MATLAB R2016b. 实验数据来自 Princeton Shape Benchmark.

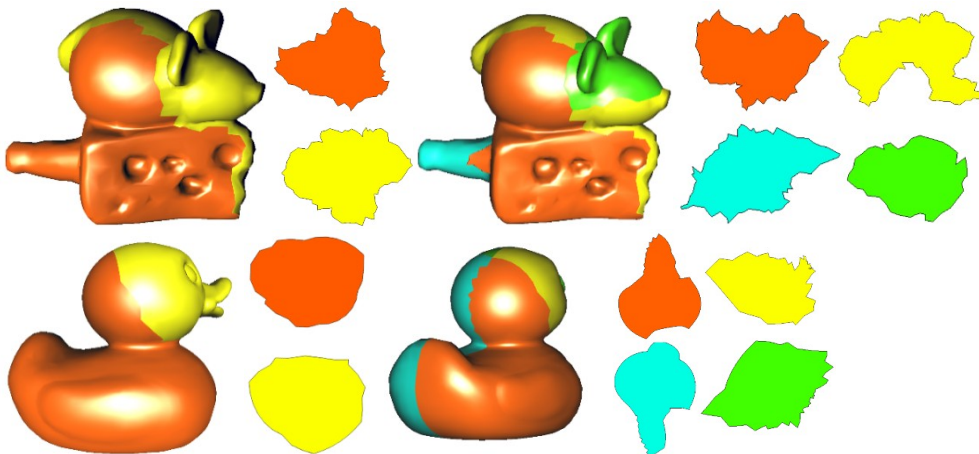
3.1 预处理

本文分割预处理实验数据如表 1 所示, 包括模型顶点数量 N_V , 三角面片数 N_F , $N_{M_k} = 2$ 时的迭代次数 I_2 和运行时间 T_2 , $N_{M_k} = 4$ 时的迭代次数 I_4 和运行时间 T_4 . 实验数据表明, 运行时间(单位为 s)与模型规模及分割片数量成正比, 本文以 MATLAB 实现分割算法, 未考虑优化, 分割时间相对较长。

图 7 所示为部分网格模型预分割效果, N_{M_k} 表示与盘同胚的分割片数量. 其中, 第 1 列为 $N_{M_k} = 2$ 的预分割效果, 第 2 列为第 1 列预分割结果的与盘同胚的共形映射分割效果, 第 3 列为 $N_{M_k} = 4$ 的预分割效果, 第 4 列和第 5 列为第 3 列预分割结果的与盘同胚的共形映射分割效果。

表 1 预分割实验数据

模型	N_V	N_F	I_2	T_2 / s	I_4	T_4 / s
Moose	1	3	2	2	4	4
	54	0	8	8	4	4
	5	8	3	3	3	3
		2	4	4	5	5
			1	1	6	6
Duck	2	4	8	8	8	8
	10	2	4	4	7	7
	8	2	2	2	0	0
		1	3	3	1	1
		2	2	2	8	8
Spot	2	5	1	1	6	6
	93	8	1 066.	1 066.	1 599.	1 599.
	0	5	780	780	633	633
		6				



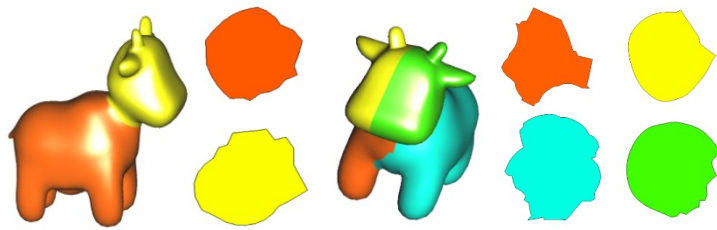


图 7 部分网格模型的预分割结果

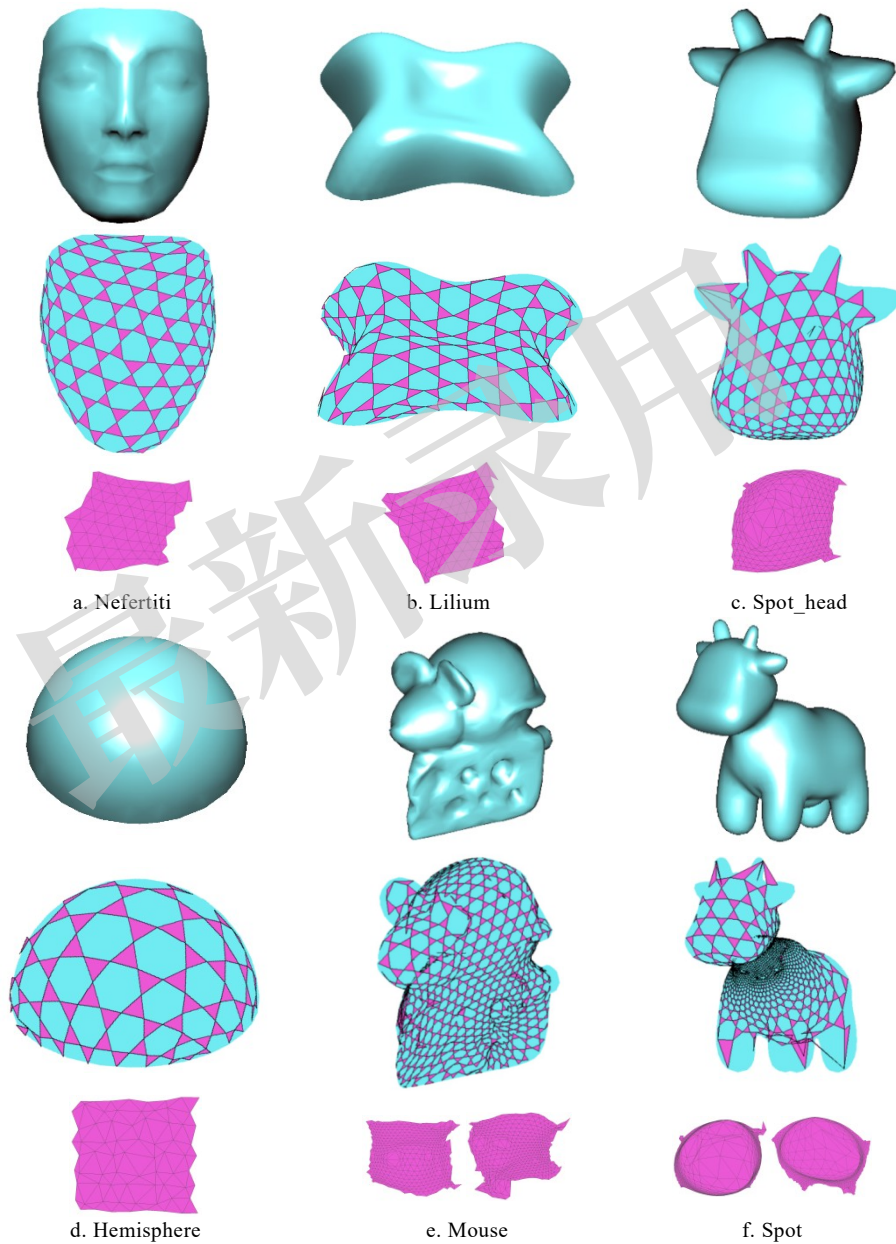


图 8 部分网格模型的可展结构

表 2 可展结构设计的实验数据

模型	N_{VL3D}	N_{FL3D}	N_{BL3D}	N_B
Nefertiti	233	144	34	34
Lilium	289	180	38	38
Spot_head	751	480	62	62
Hemisphere	183	112	30	30
Mouse	2858	1848	86	86
Spot	4816	3136	112	112

3.2 可展结构效果

图8给出了与盘同胚的网格模型和封闭的网格模型的不分可展结构设计结果. 图8a~图8d所示为与盘同胚的网格模型, 第1行为原模型, 第2行为逼近原模型的连杆展开结构效果图, 第3行为对应的连杆收缩结构. 图8e~图8f所示为封闭的网格模型, 第1行为原模型, 第2行为 $N_{M_k}=2$ 时, 逼近原模型的连杆展开结构效果图, 第3行为各分割部分对应的连杆收缩结构.

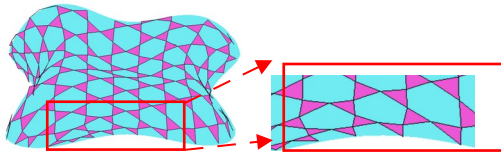
表2给出了可展结构设计的部分相关实验数据, 其中三维封闭模型是 $N_{M_k}=2$ 时的数据. 在该表中 $N_{F_{L3D}}$ 为三维展开连杆结构的顶点数, $N_{F_{L3D}}$ 为三维展开连杆结构的面片数, 对于三维封闭模型, 则为各分割片连杆结构的顶点和面片总数; $N_{B_{L3D}}$ 为三维展开连杆结构的边界点数量, N_B 为模型边界点数量, 对于三维封闭模型, 因各分割部分的边界点数量相同, 则分别表示一个分割部分的三维展开连杆结构边界点数量和该分割部分原模型边界点数量.

实验数据表明, 三维展开连杆结构 L_{3D} 和二维收缩连杆结构 L_{2D} 具有一一对应的顶点关系和面片关系, 同时 L_{3D} 的边界点与原模型边界点一一对应. 显然, 本文边界点固定拼接算法可行且有效.

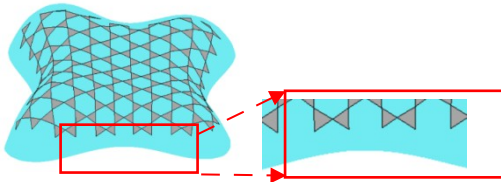
3.3 边界形状匹配对比

针对文献[6]方法的可展结构边界点不能拟合原模型边界的不足, 本文提出采用固定边界映射构造初始连杆结构, 提高了边界拟合度, 实现了三维封闭模型分割边界处的高精度拼接.

图9所示为本文方法和文献[6]方法对Lilium模型可展结构效果图, 对比图9a和图9b可知, 本文方法得到的可展结构边界更好地拟合Lilium原模型边界形状, 文献[6]方法得到的可展结构边界与Lilium原模型的边界存在较大缝隙.



a. 本文方法边界和局部放大

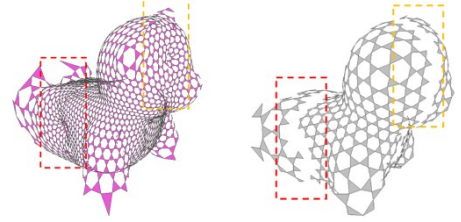


b. 文献[6]方法边界和局部放大

图9 本文与文献[6]的边界形状匹配比较

图10为本文方法和文献[6]方法Bear模型的可展结构展开效果对比, 本文方法在模型分割边界处拼接效果如图10a红色和黄色虚线框所示, 文献[6]

方法在模型分割边界处拼接效果如图10b红色和黄色虚线框所示. 显然, 本文方法在分割边界拼接和边界形状匹配等方面较优, 产生缝隙较小.



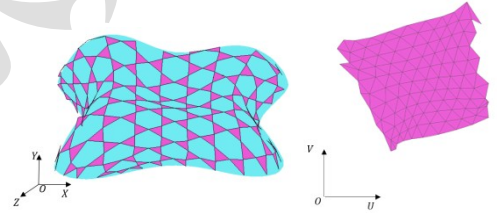
a. 本文方法

b. 文献[6]方法

图10 本文与文献[6]的分割边界比较

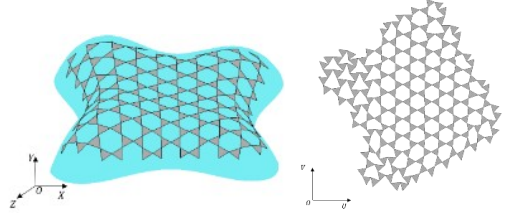
3.4 连杆对比

本文针对文献[6]二维收缩连杆各三角面片间缝隙问题, 基于收缩性约束构造非线性约束优化, 将三维展开连杆结构收缩为紧凑的二维连杆结构. 图11为本文方法和文献[6]方法展开连杆和对应的二维收缩连杆结构对比. 显然, 图11b中本文方法得到的二维收缩连杆结构之间不存在孔隙, 图11d中文献[6]方法得到的二维收缩连杆结构之间存在较大的孔隙, 故本文方法优势明显.



a. 本文三维展开连杆

b. 本文二维收缩连杆



c. 文献[6]三维展开连杆

d. 文献[6]二维收缩连杆

图11 本文与文献[6]的二维收缩连杆结构对比

3.5 扭曲失真

本文基于共形映射构造初始连杆结构, 由于共形映射引发扭曲失真^[30], 记模型 M 的拉伸度为:

$$L^2(M) = \sqrt{\frac{\sum_{f_i \in F} (L^2(f_i'))^2 S_{3D}(f_i)}{\sum_{f_i \in F} S_{3D}(f_i)}}$$

其中, $L^2(f_i')$ 为 f_i' 的拉伸度; $S_{3D}(f_i)$ 为 f_i 的面积;

记角度失真度为 $D_{angle} = \frac{\sum_{i=0} R_{3D}^i}{\sum_{i=0} R_{2D}^i}$, R_{3D}^i 为 M

中面片内角, R_{2D}^i 为 M' 中每个面片的内角度; 面积

失真度为 $D_{area} = \frac{\sum_{i=0} S_{3D}(f_i)}{\sum_{i=0} S_{2D}(f_i)}$; 长度失真

度为 $D_{length} = \frac{\sum_{i=0} l_{3D}}{\sum_{i=0} l_{2D}}$, 其中 l_{2D} 为 M' 中每个面片的边长; 记每个三角面片的类共形扭曲度为

$D_{Q_i} = \Gamma / \Psi$, 其中 Γ 为该面片共形映射的雅克比矩阵最大奇异值, Ψ 为最小奇异值, D_{Q_i} 的最小值为 1.

表 3 不同分割数量拉伸度和失真度实验数据

模型	$N_{M_i} = 2$				$N_{M_i} = 4$			
	$E(M)$	D_{avg}	D_{ext}	D_{length}	$E(M)$	D_{avg}	D_{ext}	D_{length}
Mouse	9.593	0.068	1.983	1.958	3.591	0.061	0.001	1.131
Duck	14.833	0.059	6.023	59.788	1.179	0.033	1.332	16.649
Spot	35.489	0.062	18.193	0.041	3.004	0.045	2.084	0.018

当 $N_{M_i} = 2$, 每个分割片的三角面片 D_{Q_i} 分布如图 12 所示, 蓝色表示 $D_{Q_i} = 1$. 图 12a 第 1 行是原模型 D_{Q_i} 分布, 第 2 行是共形映射后每个二维切片的 D_{Q_i} 分布. 显然, 三维模型突出程度较大和凹陷程度较大部分(图 12a 橙色框内) D_{Q_i} 较大, 相对平滑部分 D_{Q_i} 较小. 图 12b 为本文方法的结构展开, D_{Q_i} 较小部分可展结构很好地保留形状特征, D_{Q_i} 较大部分(图 12b 橙色框内)特征不明显.

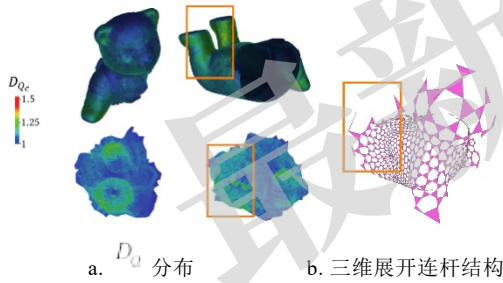


图 12 D_{Q_i} 对逼近模型形状特征的影响

3.6 连杆规模

为了评估可展结构的逼近精度, 本文定义平均孔隙面积为 $S_{\text{Porosity}} = (S_M - S_{L3D}) / N_{\text{Porosity}}$. 其中, S_M 为原模型 M 的面积总和; S_{L3D} 为所有 $L_{3D}^i (1 \leq i \leq N_{M_i})$ 的连杆单元面积总和; N_{Porosity} 为

表 3 为 $N_{M_i} = 2$ 和 $N_{M_i} = 4$ 情况下共形映射造成的拉伸度、角度失真度、面积失真度和长度失真度, 显然 N_{M_i} 越大, 拉伸度和失真度越小.

孔隙的数量. 图 13 展示了 Lilium 模型、Spot_head 模型和 Bear 模型在不同连杆规模, 即不同 $N_{F_{L3D}}$ 下的 S_{Porosity} 变化曲线. 显然, 模型 $N_{F_{L3D}}$ 越大, 对应的可展结构展开后的 S_{Porosity} 越小.

图 14 所示为不同模型在不同连杆规模下的可展结构展开效果, 其中第 1 列为原模型, 第 2~4 列为不同连杆规模的三维展开连杆结构. 显然, 连杆规模越大, 即 $N_{F_{L3D}}$ 越大 S_{Porosity} 值越小, 越逼近原模型形状特征.

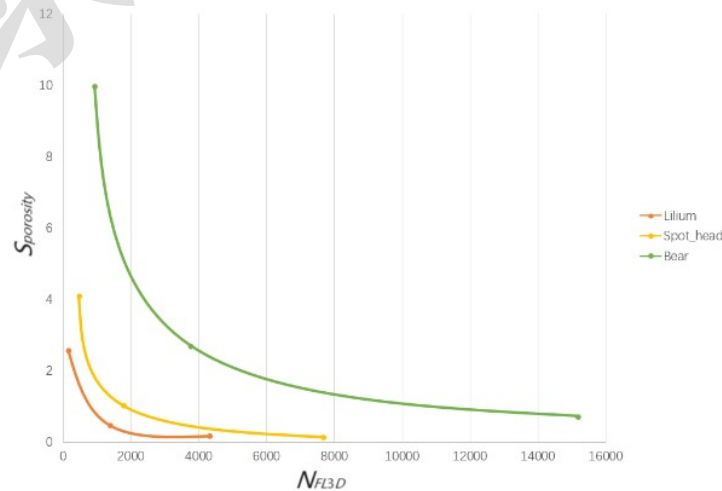


图 13 平均孔隙面积随连杆规模的变化趋势

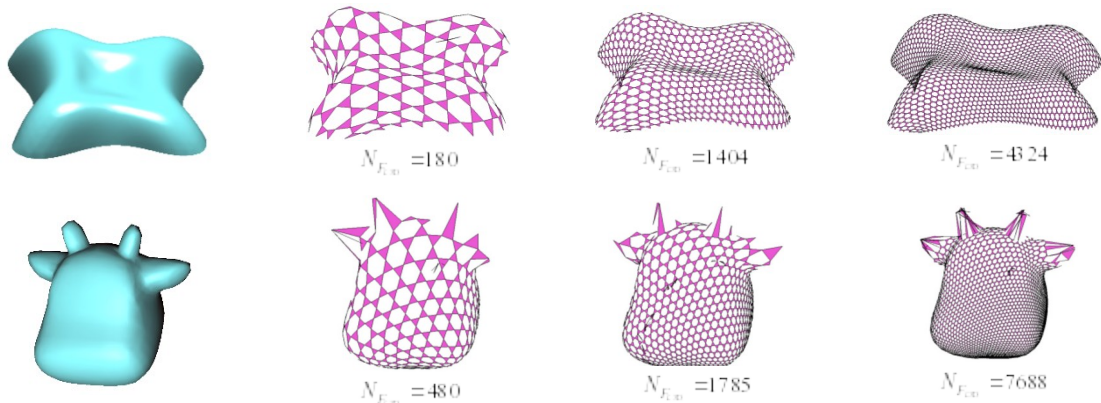


图 14 不同连杆规模的模型逼近效果

4 结 语

本文基于网格分割和共形映射实现了封闭三维网格模型的可展结构设计, 主要工作包括基于分割预处理解决了三维封闭模型无连续可逆映射, 无法构造初始可展结构的问题; 以固定边界映射代替重新网格化、作为构造初始连杆结构的基础; 构造边界形状匹配约束, 解决了边界形状拟合问题, 提高了原模型边界形状匹配度; 基于收缩性约束优化三维展开连杆结构, 基于投影边长约束优化二维连杆结构, 解决了二维收缩连杆结构收缩不紧凑的问题。

本文扭曲失真和计算复杂度较高。为改善扭曲失真, 后续将基于尖锐点分割等方法降低扭曲失真; 本文面片间最远距离查找复杂度为 $O(n^2)$, 后续将考虑基于曲面特性提高查找效率; 本文仅考虑几何因素, 导致适用模型受限, 后续将考虑结合力学等物理特性, 构造多稳态优化可展结构。

参考文献(References):

- [1] Hedayati R, Leeftang A M, Zadpoor A A. Additively manufactured metallic pentamode meta-materials[J]. *Applied Physics Letters*, 2017, 110(9): Article No.091905
- [2] Yang Xue, Sun Hongyan, Dong Yu, *et al.* Survey on flattening and folding methods of surface[J]. *Journal of Software*, 2021, 32(2): 579-600(in Chinese)
- (杨雪, 孙红岩, 董雨, 等. 曲面的展开与折叠方法综述[J]. *软件学报*, 2021, 32(2): 579-600)
- [3] Virk K, Monti A, Trehard T, *et al.* SILICOMB PEEK Kirigami cellular structures: mechanical response and energy dissipation through zero and negative stiffness[J]. *Smart Materials & Structures*, 2013, 22(8): Article No.084014
- [4] Shyu T C, Damasceno P F, Dodd P M, *et al.* A kirigami approach to engineering elasticity in nanocomposites through patterned defects[J]. *Nature Materials*, 2015, 14(8): 785-789
- [5] Attard D, Caruana-Gauci R, Gatt R, *et al.* Negative linear compressibility from rotating rigid units[J]. *Physica Status Solidi (b)*, 2016, 253(7): 1410-1418
- [6] Konaković-Luković M, Panetta J, Crane K, *et al.* Rapid deployment of curved surfaces via programmable auxetics[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2018, 37(4): Article No.106
- [7] Hong Y Y, Chi Y D, Wu S, *et al.* Boundary curvature guided programmable shape-morphing kirigami sheets[J]. *Nature Communications*, 2022, 13: Article No.530
- [8] Qiao Y C, Luo J N, Cui T R, *et al.* Soft electronics for health monitoring assisted by machine learning[J]. *Nano-Micro Letters*, 2023, 15: Article No.66
- [9] Alderete N A, Pathak N, Espinosa H D. Machine learning assisted design of shape-programmable 3D kirigami meta-materials[J]. *npj Computational Materials*, 2022, 8: Article No.191
- [10] Zhu H L, Wang Y, Ge Y W, *et al.* Kirigami-inspired programmable soft magnetoresponsive actuators with versatile

morphing modes[J]. *Advanced Science*, 2022, 9(32): Article No.e2203711

- [11] Konaković M, Crane K, Deng B L, *et al.* Beyond developable: computational design and fabrication with auxetic materials[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2016, 35(4): Article No.89
- [12] Brooks A K, Chakravarty S, Ali M, *et al.* Kirigami-inspired biodesign for applications in healthcare[J]. *Advanced Materials*, 2022, 34(18): Article No.e2109550
- [13] Xue Z G, Jin T Q, Xu S W, *et al.* Assembly of complex 3D structures and electronics on curved surfaces[J]. *Science Advances*, 2022, 8(32): Article No.eabm6922
- [14] Branyan C, Rafsanjani A, Bertoldi K, *et al.* Curvilinear Kirigami skins let soft bending actuators slither faster[J]. *Frontiers in Robotics and AI*, 2022, 9: Article No.872007
- [15] Katz S, Tal A. Hierarchical mesh decomposition using fuzzy clustering and cuts[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2003, 22(3): 954-961
- [16] Wang H, Sidorov K A, Sandilands P, *et al.* Harmonic parameterization by electrostatics[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2013, 32(5): Article No.155
- [17] Choi G P T, Dudte L H, Mahadevan L. Programming shape using kirigami tessellations[J]. *Nature Materials*, 2019, 18(9): 999-1004
- [18] Bouaziz S, Deuss M, Schwartzburg Y, *et al.* Shape-up: shaping discrete geometry with projections[J]. *Computer Graphics Forum*, 2012, 31(5): 1657-1667
- [19] Zhang J Y, Zheng J M, Wu C L, *et al.* Variational mesh decomposition[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2012, 31(3): Article No.21
- [20] Mejia D, Ruiz-Salguero O, Cadavid C A. Spectral-based mesh segmentation[J]. *International Journal on Interactive Design and Manufacturing*, 2017, 11(3): 503-514
- [21] Sun Z Y, Harik R, Baek S. Mesh segmentation via geodesic curvature flow[J]. *Computer-Aided Design & Applications*, 2018, 15(5): 677-683
- [22] Zhao F Y, Sheng B Y, Yin X Y, *et al.* An online rapid mesh segmentation method based on an online sequential extreme learning machine[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 109094-109110
- [23] Gong Sijie, He Jiongzheng, Chen Xiaodiao. 3D mesh segmentation based on energy optimization[J]. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2021, 33(1): 11-18(in Chinese)
- (龚思洁, 贺炯臻, 陈小雕. 基于能量优化的三维网格模型分割方法[J]. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2021, 33(1): 11-18)
- [24] Chen X J, Jiang H M, Xuan T T, *et al.* Designing deployable 3D scissor structures with ball-and-socket joints[J]. *Computer Animation and Virtual Worlds*, 2019, 30(1): Article No.e1848
- [25] Vaxman A, Müller C, Weber O. Regular meshes from polygonal patterns[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2017, 36(4): Article No.113
- [26] Sawhney R, Crane K. Boundary first flattening[J].

ACM Transactions on Graphics, 2017, 37(1): Article No.5

[27] Kondareddy R O, David B A. Improved normalization approach for iris image classification using SVM[M] //Innovations in Electronics and Communication Engineering. Heidelberg: Springer, 2019: 71-79

[28] Ding J L, Yu T T, Bui T Q. Modeling strong/weak discontinuities by local mesh refinement variable-node XFEM with object-oriented implementation[J]. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2020, 106: Article No.102434

[29] Scarpa L. Well-posedness for a class of doubly nonlinear stochastic PDEs of divergence type[J]. Journal of Differential Equations, 2017, 263(4): 2113-2156

[30] Sander P V, Snyder J, Gortler S J, *et al.* Texture mapping progressive meshes[C] //Proceedings of the 28th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM Press, 2001: 409-416

最新录用