

采用等几何质点-弹簧模型的布料动态仿真方法

李鹏高, 徐 岗, 凌 然, 肖周芳, 许金兰, 吴 卿*

(杭州电子科技大学计算机学院 杭州 310018)
(wuqing@hdu.edu.cn)

摘 要: 为了高效实时地模拟出布料的动态效果, 提出一种基于等几何分析思想的布料动态仿真方法. 首先使用张量积 Bézier 曲面来构建布料几何模型; 然后对布料的质点进行受力分析, 并直接在该曲面上进行质点-弹簧模型数值求解; 最后将更新后的质点的位置和速度变换到等几何布料曲面的控制顶点上, 进行实时的碰撞处理. 实验结果表明, 该方法无需预先对布料进行三角网格剖分, 可精确地表示布料几何模型; 同时在较少的自由度数目下, 可得到高精度的动态仿真效果, 提高了仿真效率; 可在 CPU 仿真环境下进行实时的动态仿真, 适用于对实时性要求较高的虚拟试衣等工程应用领域.

关键词: 布料动态仿真; 等几何分析; 质点-弹簧模型; 张量积 Bézier 曲面
中图法分类号: TP391.41 **DOI:** 10.3724/SP.J.1089.2019.17407

Fabric Dynamic Simulation by Isogeometric Mass-Spring Model

Li Penggao, Xu Gang, Ling Ran, Xiao Zhoufang, Xu Jinlan, and Wu Qing*

(School of Computer Science and Technology, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018)

Abstract: In order to simulate the dynamic fabric in real time, a dynamic simulation method by isogeometric analysis is proposed. Firstly, tensor product Bézier surface is used to construct the fabric geometric model; then the mechanics analysis is performed on the mass point of the fabric, and mass-spring model is numerically solved directly on the surface; finally, the position and velocity of the updated mass points are transformed to the control points of the isogeometric fabric surface, and collision detection is performed in real time. Experimental results show that the proposed method does not need to perform triangulation on the fabric surface, and can represent the fabric geometry exactly; furthermore, high-precision dynamic simulation results can be achieved with a small number of degrees of freedom, and the simulation efficiency is improved. Real-time dynamic simulation is performed in CPU simulation environment, which is suitable for engineering applications such as virtual try-on with high real-time requirements.

Key words: fabric dynamic simulation; isogeometric analysis; mass-spring model; tensor-product Bézier surface

目前, 虚拟试衣正成为国内外研究的热点问题, 其核心是布料的仿真模拟技术. 近年来, 已有

许多布料动态仿真实理论和模拟方法^[1-6]. 本文使用的质点-弹簧模型^[7-8]和张量积 Bézier 模型不仅很好

收稿日期: 2018-07-12; 修回日期: 2018-09-14. 基金项目: 国家自然科学基金(61772163, 61761136010, 61472111); 浙江省杰出青年自然科学基金(LR16F020003); 浙江省自然科学基金(LQ16F020005); 浙江省科技计划项目(2018C01030). 李鹏高(1991—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为计算机图形学、服装仿真; 徐 岗(1981—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, CCF 会员, 主要研究方向为计算机图形学、等几何分析; 凌 然(1994—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为计算机图形学; 肖周芳(1986—), 男, 博士, 讲师, 主要研究方向为网格生成; 许金兰(1987—), 女, 博士, 讲师, 主要研究方向为等几何分析; 吴 卿(1978—), 男, 博士, 教授, 论文通讯作者, 主要研究方向为智能计算与仿真.

地模拟出布料的物理特性,而且提高了布料仿真计算的效率.质点-弹簧模型计算效率较高,仿真性能好,在布料仿真过程中仅需调整仿真参数就可以模拟出各种不同形态,有利于仿真出布料丰富而逼真的物理属性.

等几何分析方法^[9-10]是一种可实现几何设计与仿真数据无缝融合的新型数值仿真方法,在各种数值仿真问题中具有较高的精度和计算效率.本文针对当前质点-弹簧仿真方法中三角网格模型几何表达不精确、产品建模和仿真相分离等问题,基于等几何分析思想,将张量积 Bézier 曲面模型与质点-弹簧物理分析模型结合,根据等参变换将质点位移等物理变量表示为 Bernstein 基函数与控制顶点变量的线性组合,将质点的运动状态变换到相对应的控制顶点上;通过时间数值积分模拟布料动态真实的形变效果,并结合层次包围盒和碰撞处理等各种仿真技术实现了布料动态仿真系统,提高了仿真的效率.

1 相关工作

布料仿真的研究主要分为 3 个阶段:(1)布料仿真的研究起源可以追溯到 Weil^[11]在 1986 年关于布料模型的初步探索,该方法最先提出通过拟合在悬挂点和制约点之间的悬链线来模拟布料的外形;随后,Ng 等^[12]采用纯几何变换方法模拟了一些特殊情况下的织物仿真,由于基于纯几何变换的方法计算简单,因此模拟效率高,但该方法仅能模拟出悬垂的布料,不能表现出动态布料的真实物理特性.(2)基于物理连续介质的弹性变形模型^[13-14]被用来模拟布料真实的物理特性.从微观上看,布料并不是一种严格的连续介质,不符合连续模型中的前提假设条件,使得较为复杂的连续模型也难以准确、高效地表达出织物的褶皱等变形细节.(3)由于连续介质模型计算量大且复杂,导致仿真效率较低.Jiang 等^[15]将布料看成沙子、水之类的连续物质,然后用连续介质力学建立物理模型,虽然最后得到的布料仿真效果较好,但是由于计算量大,每帧都至少需要数分钟或更多的时间,并不适用于对实时性要求较高的虚拟试穿等实际应用场景.

本文在 Provot^[7]工作的基础上,结合等几何分析技术对布料进行高精度的仿真模拟.由于 Provot 提出的质点-弹簧模型计算效率高,因此得到广泛的应用.

2 本文方法

本文基于等几何分析思想,首先采用张量积 Bézier 自由曲面模型来描述布料面片几何形状;然后结合质点-弹簧结构(如图 1 所示)构建布料的物理分析模型,质点-弹簧模型中质点间以结构弹簧、剪切弹簧和弯曲弹簧相连接;最后建立了可实现建模和仿真无缝融合的布料动态仿真系统.

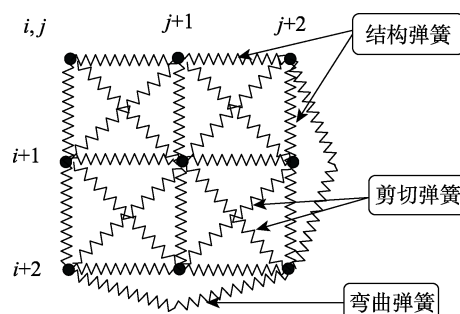


图 1 质点-弹簧模型示意图

本文算法步骤如下:

Step1. 利用张量积 Bézier 曲面模型进行布料面片外形设计.

Step2. 基于质点-弹簧结构建立布料物理模型.

Step3. 采用等参变换,将质点位移表示为 Bernstein 基函数与控制顶点变量的线性组合.

Step4. 布料曲面片采用张量积的 Bézier 模型进行动态的模拟,将质点-弹簧物理模型中质点的位置和速度变换到张量积 Bézier 曲面中的控制顶点上,并通过时间积分模拟出布料动态仿真效果.

3 基于动力学原理的受力分析和数值求解

基于张量积 Bézier 自由曲面的布料外形设计方法可基于控制网格实现直观、高效的编辑修改,这是 CAGD 的经典内容,本文不再赘述.在质点-弹簧模型受力分析阶段,首先计算出布料质点在当前时刻受到的内力和外力;再采用显式欧拉法进行数值求解,计算和更新质点的位置形成动态效果.

3.1 受力分析

在质点-弹簧系统中将弹簧的内力和形变量理想成线性关系,根据弹性力学中的 Hooke's 定律,质点所受弹力

$$F_{\text{elastic}(i)} = - \sum_{j=0} K_{(i,j)} \left(\left| x_i - x_j \right| - l_{(i,j)} \right) \frac{x_i - x_j}{\left| x_i - x_j \right|}.$$

其中, $K_{(i,j)}$ 为与第 i 个质点相连接的第 j 个邻接节

点之间的弹簧劲度系数; $l_{(i,j)}$ 为弹簧的初始长度; x_i 和 x_j 分别为第 i 个质点和第 j 质点的位置坐标.

布料受到的外力主要包括重力、阻尼力等. 重力是布料呈现自然状态的关键作用力; 阻尼力的作用是防止布料质点发生过度的振荡, 其大小与物体的质点速度成正比、方向相反, 即 $F_{\text{resist}(i,j)} = -k \cdot v_{ij}$. 其中, k 为阻尼系数; v_{ij} 为布料质点的运动速度. 当速度越大, 阻尼力就越大, 可有效地防止仿真过程中布料面片的抖动.

仿真实验参数设置如下: 由于不同的仿真环境布料的受力和仿真参数不同, 难以用实际中的单位来表示, 因此在本文实验的仿真环境中略去了变量参数的单位, 而以具体的数值来表示. 布料质点受到重力的作用, 其中, 重力加速度以一个大小为 9.8、方向向下的向量 G 来表示. 质点的质量则设置为 5. 布料的弹性系数决定了布料的硬度, 过大和过小都会产生超弹性现象, 引起布料的失真. 因此在实验中, 设置弹性系数 $K=100$ 时能产生较好的仿真效果.

3.2 数值求解

在动态仿真中, 根据第 3.1 节对质点的受力分析, 计算每个质点的位置和速度, 将时间离散为一系列的点 $t_0, t_1, \dots, t_n, t_{n+1}, \dots$, 其中 $t_i = t_{i-1} + h$; 然后求解离散时间点上的速度和位置. 本文使用显式欧拉法来求解系统动力学方程

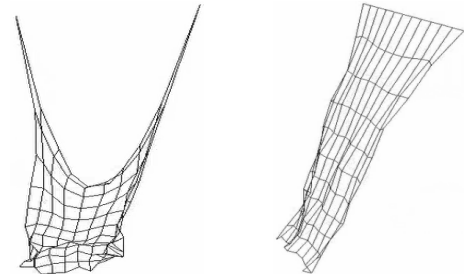
$$\begin{cases} v_{ij}(t+\Delta t) = v_{ij}(t) + a_{ij}(t)\Delta t \\ s_{ij}(t+\Delta t) = s_{ij}(t) + v_{ij}(t+\Delta t)\Delta t \end{cases}$$

其中, $s_{ij}(t)$, $v_{ij}(t)$ 和 $a_{ij}(t)$ 分别为布料分别为布料面片中第 i 行, 第 j 列的质点在时刻 t 的位移、速度和加速度, 对应的 $t+\Delta t$ 时刻的位移和速度分别为 $s_{ij}(t+\Delta t)$ 和 $v_{ij}(t+\Delta t)$. 取时间间隔 $T=\Delta t$ 进行时间积分, 模拟出布料连续的动力学效果.

3.3 超弹性问题解决方法

在质点-弹簧模型建立布料模型时, 本文将弹簧的伸缩量与弹力大小理想为线性关系, 但在实际中, 当弹簧的长度超过一定范围后伸缩量和弹力之间将变成非线性关系, 使得布料在一些受力较集中的局部区域被过度拉伸或过度收缩, 产生超弹性现象, 特别是在布料悬挂点位置处(如图 2 所示). 针对布料的超弹性现象, 文献[7,16-17]介绍了相应的解决方法. 其中, Provot^[7]提出的质点位置修正算法在每一步积分迭代完成后, 检查是否有弹簧被过度拉伸或者过度收缩, 然后将其调整至合适的长度范围. 由于质点位置修正算法对

质点的调整可能引起穿透, 因此每次调整都需要进行碰撞检测和处理. Bridson 等^[16]的方法通过调整质点的当前速度来实现对弹簧的约束, 从而避免超弹性现象的发生, 提高了仿真的真实度.



a. 悬挂点的过度拉伸 b. 竖直方向上过度拉伸

图 2 超弹性现象

无论是 Provot^[7]的位置修正算法还是 Bridson 等^[16]的速度约束算法, 对质点的调整都是基于某一方面的调整, 而且对每个质点相连的所有弹簧进行检测和调整使得算法效率较低. 本文结合已有工作^[7,16-17]在布料过度拉伸和过度收缩两方面进行改进, 并设计出了有效的解决方案:

(1) 对发生过度拉伸弹簧相连接的质点进行位置调整和速度约束.

(2) 对超弹性现象, 在过度拉伸和过度收缩两方面进行了约束调整.

具体调整过程如下: 在布料动态仿真中, 与质点 O 相连的所有方向的弹簧可能发生超弹性现象(如图 3 所示), 该方法在每个时间步长内, 遍历与每个质点相连的所有弹簧的伸长量是否超过了最大长度限定范围(弹簧松弛长度的 1.05~1.1 倍); 然后对当前质点中过度拉伸最长的弹簧进行调整, 将弹簧另一端的质点沿相连的弹簧进行移动至正常长度范围内, 并同时调整相对应的质点的速度.

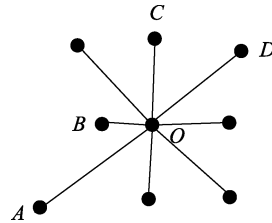


图 3 质点过度拉伸和过度收缩

本文实验中使用 2 种不同的方式对速度进行约束: 一是直接将需要调整的质点的速度设置为自身大小的 2/3; 二是对质点的速度进行矢量分解, 将沿弹簧法向的速度分量设为 0, 同时保留与弹簧方向

垂直的速度分量, 经修正后的布料仿真网格模型如图 4c 所示.



图 4 处理超弹性现象的不同方法及相应的仿真效果

需要说明的是, 在修正过程中, 每次发生超弹性现象的弹簧的调整一次性完成; 但调整后可能会引起周围新的质点-弹簧产生超弹性现象. 从整体上看, 在仿真过程中布料的超弹性现象可能不断产生, 因此在每个迭代周期内都会进行超弹性现象的检测, 该调整也是持续迭代的过程: 对于发生超弹性现象的弹簧, 调整一次后弹簧过长的现象将会修正到正常的范围内; 同时, 在上一次调整后, 再求出下一状态质点的位置和速度等物理量, 从而迭代进行质点-弹簧的超弹性现象检测和修正调整.

不同修正方法对比实验结果如图 4 所示. 从图 4a 中可以看出, 仅对弹簧的位置进行修正不能有效地抑制弹簧的过度拉伸, 当布料质点速度过大时则容易出现过度的拉伸; 从图 4b 可以看出, 由于没有进行位置修正, 使得过度拉伸的弹簧质点仅仅在发生过度拉伸方向上的速度修正为 0, 但是其过度拉伸的位移依然没有发生改变, 导致需要经过若干次周期迭代后才能恢复, 因此在处理超弹性现象时修正效果不明显; 从图 4d 可以看出, 本文采用经改进后的位置修正算法和速度修正方法, 对发生超弹性现象的弹簧在过度拉伸和过度收缩 2 个方面进行了修正和约束, 能有效地抑制超弹性现象的产生, 且计算效率高, 较适合更大的时间步长的布料仿真.

4 碰撞检测与响应

碰撞检测是布料仿真中的关键问题. 由于布料属于极易形变的柔性物体, 不同部分会产生不同的形变, 因此必须检测布料与周围场景中其他物体的相交状态并作出响应, 才能有效地避免布料与场景中其他物体发生相互穿透和重叠, 本文使用层次包围盒技术^[18]来进行碰撞检测. 为了符合虚拟场景中布料动态仿真的高效实时的需求, 达到快速的相交测试, 本文基于轴对齐包围盒 (axis-aligned bounding box, AABB)^[19-21], 以二叉树形式来建立布料的碰撞层次结构, 并使用自顶向下算法来构造树型结构.

4.1 基于 AABB 层次包围体碰撞检测

本文采用同步深度优先遍历的下降规则进行碰撞的检测: 若顶部包围体之间并未相交, 则程序简单地返回. 若当前 2 个节点皆为叶子节点, 则调用底层几何体碰撞检测算法进行相交检测计算; 否则, 继续递归地执行下降规则. 而对于包围盒间的相交测试比较直观, 即只要检测到 2 个 AABB 包围盒存在重叠, 则可判断这 2 个包围盒发生了相交. 若底层 2 个包围盒发生相交, 则进一步针对包围盒中的图元进行相交测试.

4.2 布料的碰撞响应

当布料在下落的过程中与周围物体发生碰撞时, 其碰撞响应的过程如下: 先通过 AABB 层次包围体技术进行碰撞检测, 快速剔除掉未发生碰撞的部分, 仅对布料与物体产生接触的部分进行受力分析; 然后对当前受力质点进行时间积分, 求解质点的位置和速度. 对布料质点的位置进行判断, 若当前质点已经发生了穿透, 则对发生穿透的布料质点施加排斥力来消除穿透, 或者采用修正质点的位置和运动速度的方法进行碰撞响应, 将发生穿透的质点拉回到物体表面.

5 布料仿真实验及对比分析

本文基于等几何分析思想提出等几何质点-弹簧模型布料仿真模型, 并构建了集几何设计和物理模拟于一体的布料动态仿真系统. 仿真实验环境设置如下: (1) 仿真平台为 PC 平台, Intel 3.20 GHz CPU, 4 GB RAM; (2) 软件环境为 Windows 7 操作系统, 以 Visual Studio 2013 为开发环境, 并由 VC++ 和 OpenGL 混合编程实现本文的全部算法; (3) 积分

算法采用显式欧拉法实现. 为验证本文方法的有效性, 将该方法与基于三角网格离散表示的质点-弹簧模型在仿真效果和计算效率 2 个方面分别进行了比较.

5.1 三角网格和张量积 Bézier 曲面模型的比较

5.1.1 仿真效果比较

图 5 所示为由三角网格模型表达的布料面片结构模型(如图 5b 所示)和基于张量积 Bézier 曲面布料面片结构模型(如图 5d 所示).

仿真结果表明, 使用张量积 Bézier 模型能很好地拟合用户初始设计, 相比于用传统三角网格的表达方式, 基于张量积 Bézier 模型等几何方法构建的布料仿真模型得到的布料面片边界更光顺、逼真; 且在动态模拟中, 采用本文方法得到的布料模型更精确, 仿真效率更高, 符合动态仿真的实时

性特点, 比较适用于虚拟试穿的应用场景.

5.1.2 仿真时间效率比较

为说明本文方法的高效性, 将其与三角网格模型进行对比实验. 本文采用 Loop 细分方法对三角形曲面进行细分, 尽可能使细分后的布料面片接近本文张量积 Bézier 曲面布料模型所表达的面片的光顺度; 然后比较二者的动态仿真时间效率. 分别对规格为 5×6 , 10×11 , 16×16 , 21×21 和 25×26 大小面片的布料进行仿真, 同时对三角网格模型和本文提出的等几何布料仿真模型方法进行比较, 结果如表 1 所示.

下面以规格为 10×11 (即质点数为 110) 的布料面片进行实验, 图 6 所示为布料面片的不同光滑程度对比图, 其中, k 为三角网格模型细分次数. 图 6c 所示为基于张量积 Bézier 曲面模型表达的布料

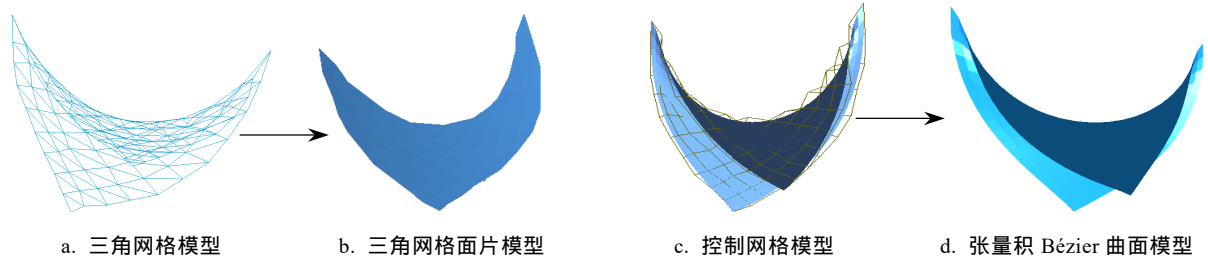


图 5 布料面片表达模型

表 1 三角网格模型细分次数与等几何模型的仿真时间

ms

布料规格	三角网格模型						等几何布料模型
	初始模型	细分 1 次	细分 2 次	细分 3 次	细分 4 次	细分 5 次	
5×6	15	16	31	46	63	219	16
10×11	78	109	406	530	608	1 206	140
16×16	256	437	1 295	1 685	1 856	3 151	516
21×21	671	1 108	2 418	3 230	3 729	5 086	1 061
25×26	1 373	1 872	3 963	5 570	5 866	8 362	1 950

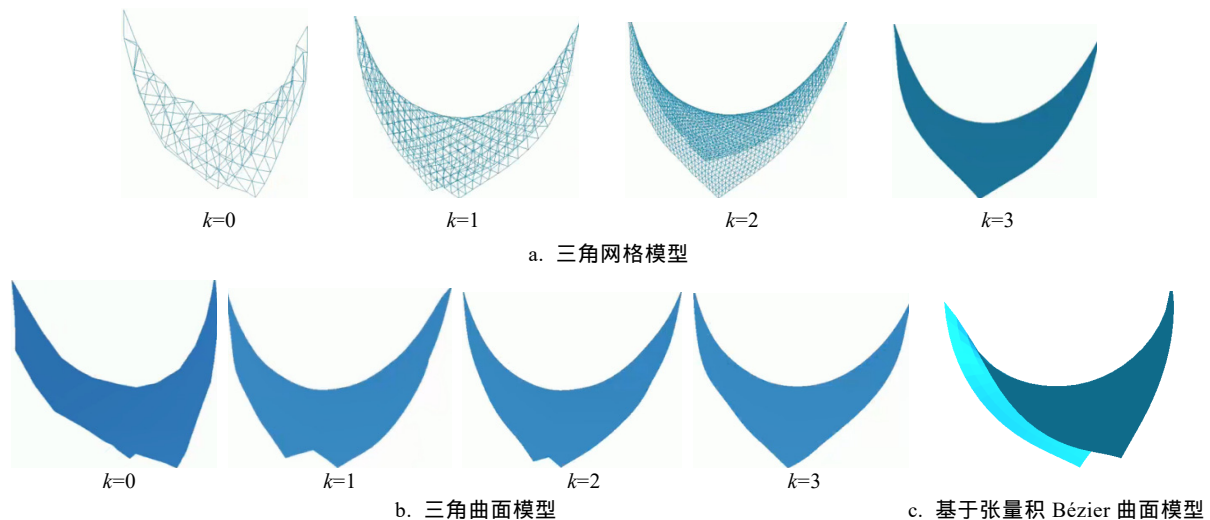


图 6 三角网格细分模型和等几何布料仿真效果比较

面片. 从图 6 可以看出, 当 $k=5$ 时, 三角网格布料面片光顺效果比较接近张量积 Bézier 曲面布料模型; 但是比较二者的仿真时间发现, 在同样的仿真效果下, 根据表 1, 当布料规格为 10×11 时, 三角网格模型在细分次数为 5 时的仿真时间为 1 206 ms (即约为 1.21 s); 而本文方法只需要 0.14 s (即布料规格在 10×11 时, 等几何布料模型的仿真时间为 140 ms). 所以, 本文方法更适用于虚拟试穿中高效性和实时性等特点的要求.

图 7 所示为细分次数与相应仿真时间比较, 可以看出随着细分次数的递增, 三角网格布料面片更加接近光顺, 但是仿真时间却急剧增加.

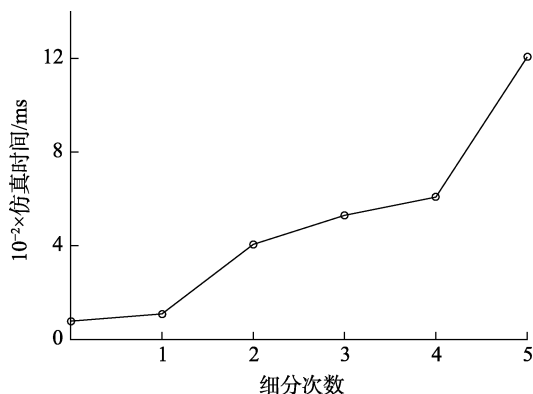


图 7 三角网格细分次数仿真时间效率

5.2 布料仿真主要子步骤时间开销分析

仿真时间是在整个系统仿真过程达到稳定后的取值, 下面分别对 3 种不同规格布料面片的各个子步骤进行时间开销测试和分析, 如表 2 所示.

表 2 不同规格布料仿真时间开销分析 ms

步骤	仿真时间		
	11×10	16×15	21×19
动力学求解	1	10	15
超弹性现象修正	16	78	156
碰撞检测与处理	141	406	936
张量积 Bézier 曲面模型	15	46	109

可以看出, 在整个布料仿真过程中, 时间主要消耗在碰撞检测和处理上, 当布料规格变大时, 碰撞检测和处理的时间约占总时间的 80%, 而且质点个数增多时仿真效率将降低; 但由于本文采用的计算效率较高的显式欧拉法和张量积 Bézier 曲面在时间开销上较少, 极大地提高了仿真速率. 实验结果表明, 在布料仿真中, 张量积 Bézier 曲面不仅能够较为真实地模拟出动态的布料, 仿真效果较好, 更重要的是大大减少了质点数量, 可在较少的自由度数目下得到高精度的动态仿真效果, 减

少碰撞检测与响应的时间开销, 极大地提高仿真效率. 因此, 本文提出的张量积 Bézier 曲面模型适用于实时性较高的布料动态仿真等虚拟试穿场景.

5.3 等几何质点弹簧布料动态仿真实验

基于本文方法, 在具体的虚拟试穿应用场景中进行了布料的动态仿真模拟.

5.3.1 布料覆盖桌面

当布料与平面(如桌面)发生碰撞响应时, 为了呈现出自然的覆盖效果, 本文采用弹性力学中有关球体的碰撞理论和方法^[22-23], 并应用这些弹性理论和原理来处理布料质点与地面碰撞响应的过程, 以及布料内部弹簧的线弹性问题, 使布料质点与平面发生弹性碰撞时表现出自然的下垂形变效果, 仿真结果如图 8 所示, 其中, T 表示仿真时间.

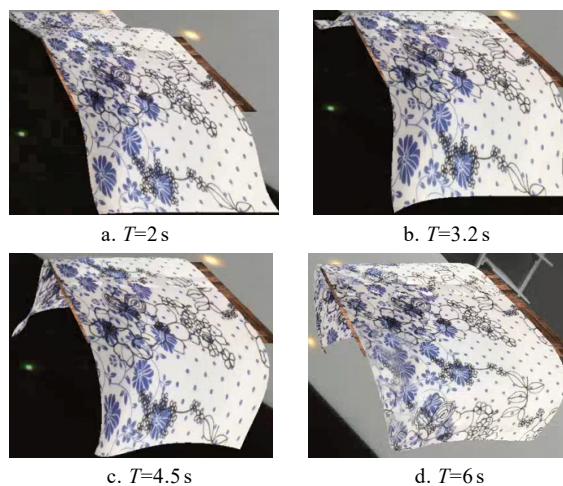


图 8 布料与平面的碰撞响应

5.3.2 基于鼠标交互的布料不同形态展示方法

在仿真系统中, 用户可通过转换不同的视角来观察虚拟环境中的布料模型, 以及各个部分的动态效果, 并增加了若干用户交互操作功能. 例如, 可以通过鼠标来拽动虚拟布料, 使布料展现出用户所期望的动态仿真效果, 如图 9 所示.



图 9 布料不同视角仿真效果

5.3.3 布料褶皱动态变化

为了模拟布料褶皱效果, 对控制网格进行了适当的加密, 增加质点的个数, 布料网格的精细度得到了提高. 图 10 所示为加精后旗帜动态下垂效果, 图 11 所示为将窗帘收缩后形成的自然褶皱纹理. 实验结果表明, 对网格适当的加精后, 基于张量积 Bézier 曲面构造的布料模型可以呈现出较为自然的褶皱现象. 因此, 本文采用的张量积 Bézier 曲面模型在理论和实际应用中较适合实时性较高的布料动态仿真, 其中 T 为仿真时间.

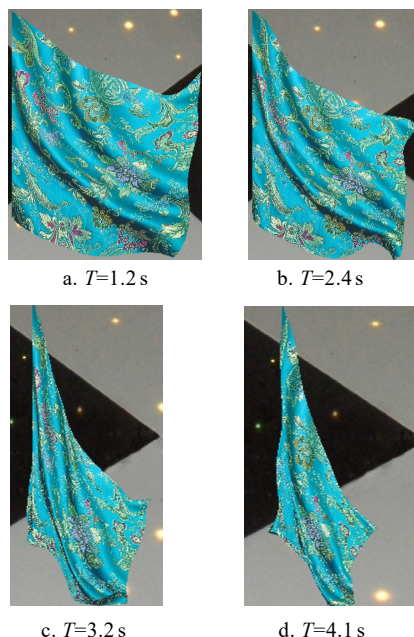


图 10 旗帜下垂时布料褶皱动态变化仿真效果

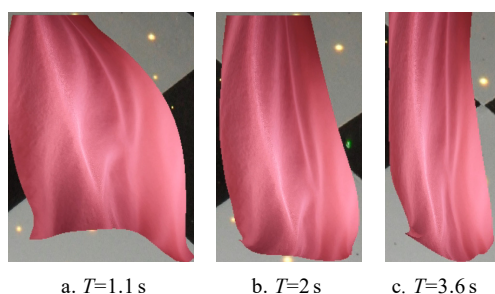


图 11 窗帘收缩下垂褶皱形成动态效果

虽然对网格局部加精后布料呈现出较为明显的褶皱效果, 但是在实时性较高的布料仿真中仿真效率依然会有所降低, 因此未来将致力于研究实时性较高的布料褶皱效果. 一个可行的方案是: 在基于张量积 Bézier 曲面模型的基础上建立兼具实时高效和布料表面褶皱效果的混合法模型, 即在全局上, 大的范围内的形变采用基于张量积 Bézier 曲面模型; 而在局部细节上, 通过几何法来

动态的产生褶皱纹理, 目前该方法正处于下一步的研究中. 该方案将有望在布料仿真的高效性和逼真性 2 个方面得到提高.

6 结 语

本文基于等几何分析思想提出一种新的质点-弹簧布料动态仿真方法, 构建出集几何模型设计和物理模拟于一体的布料动态仿真系统. 与传统的三角网格表达模型相比, 等几何质点-弹簧模型所构建出的布料模型计算效率更高, 动态仿真效果较好, 符合虚拟试穿中实时性、高效性和逼真性的要求, 较适用于 3D 虚拟试穿的应用场景.

今后将研究布料与环境以及自身的快速碰撞响应问题^[24], 继续探索提高连续碰撞检测^[25]速度和精确度的方法, 并将 NURBS 模型和三角域上的 Bézier 曲面模型引入本文所提出的框架, 提高造型的灵活性, 从而满足用户的使用需求. 同时, 不断探索等几何分析法与质点-弹簧模型相结合的其他方面的应用和仿真^[26-27], 进一步融合仿真系统中的几何设计模型和物理分析模型, 实现二者的无缝连接, 建立更加高效的仿真系统.

参考文献(References):

- [1] Tamstorf R, Jones T, McCormick S F. Smoothed aggregation multigrid for cloth simulation[J]. ACM Transaction on Graphics, 2015, 34(6): Article No.245
- [2] Ma G H, Ye J T, Li J T, *et al.* Anisotropic strain limiting for quadrilateral and triangular cloth meshes[J]. Computer Graphics Forum, 2016, 35(1): 89-99
- [3] Cirio G, Lopez-Moreno J, Otaduy M A. Yarn-level cloth simulation with sliding persistent contacts[J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2017, 23(2): 1152-1162
- [4] Kim D E. Psychophysical testing of garment size variation using three-dimensional virtual try-on technology[J]. Textile Research Journal, 2016, 86(4): Article No.1177
- [5] Huber M, Eberhardt B, Weiskopf D. Cloth animation retrieval using a motion-shape signature[J]. IEEE Computer Graphics and Application, 2017, 37(6): 52-64
- [6] Mozafary V, Payvandy P. Study and comparison techniques in fabric simulation using mass spring model[J]. International Journal of Clothing Science and Technology, 2016, 28(5): 634-689
- [7] Provot X. Deformation constraint in a mass-spring model to describe rigid cloth behavior[J]. Proceedings of Graphics Interface, 1995, 23(19): 147-154
- [8] Provot X. Collision and self-collision handling in cloth model dedicated to design garments[C] //Proceedings of the Computer

- Animation and Simulation. Heidelberg: Springer, 1997: 177-189
- [9] Hughes T J R, Cottrell J A, Bazilevs Y. Isogeometric analysis: CAD, finite elements, NURBS, exact geometry and mesh refinement[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2005, 194(39): 4135-4195
- [10] Cottrell J A, Hughes T J R, Bazilevs Y. Isogeometric analysis: toward integration of CAD and FEA[M]. New York: John Wiley & Sons, 2009
- [11] Weil J. The synthesis of cloth objects[J]. *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, 1986, 20(4): 49-54
- [12] Ng N H, Grimsdale R L. Computer graphics techniques for modelling cloth[J]. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 1996, 16(5): 28-41
- [13] Terzopoulos D, Fleischer K. Deformable models[J]. *The Visual Computer*, 1988, 4(6): 306-331
- [14] Terzopoulos D, Fleischer K. Modeling inelastic deformation: viscoelasticity, plasticity, fracture[J]. *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, 1988, 22(4): 269-278
- [15] Jiang C F F, Gast T, Teran J. Anisotropic elastoplasticity for cloth, knit and hair frictional contact[J]. *ACM Transaction on Graphics*, 2017, 36(4): Article No.152
- [16] Bridson R, Fedkiw R, Anderson J. Robust treatment of collision, contact and friction for cloth animation[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2002, 21(3): 594-603
- [17] Liu Hao. Real-time three-dimensional fabric simulation system based on mass-spring model[D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2007(in Chinese)
(刘浩. 基于质点-弹簧模型的实时三维布料模拟系统[D]. 上海: 上海交通大学, 2007)
- [18] Clark J H. Hierarchical geometric models for visible surface algorithms[J]. *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, 1976, 10(2): 267
- [19] van den Bergen G. Efficient collision detection of complex deformable models using AABB trees[J]. *Journal of Graphics Tools*, 1997, 2(4): 1-13
- [20] Zachmann G. The BoxTree: exact and fast collision detection of arbitrary polyhedra[C] // *Proceedings of the 1st Workshop on Simulation and Interaction in Virtual Environments*. Iowa: Sive Workshop, 1995: 104-112
- [21] Zachmann G. Virtual reality in assembly simulation: collision detection, simulation algorithms, and interaction techniques[D]. Darmstadt: Darmstadt University of Technology, Department of Computer Science, 2000
- [22] Cheng Changjun, Wang Yingjian. Elastic mechanics[M]. Beijing: Higher Education Press, 1999(in Chinese)
(程昌钧, 王颖坚. 弹性力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1999)
- [23] Wu Shiyong, Tian Baoguo, Li Hui, *et al.* Analysis of the collision of two identical elastic bodies[J]. *College Physics*, 2014, 33(2): 15-18(in Chinese)
(吴世永, 田宝国, 李慧, 等. 两弹性体碰撞过程的分析研究[J]. *大学物理*, 2014, 33(2): 15-18)
- [24] Zhang F Q, Wan J F, Guo J J. A new self-collision detection method for cloth simulation[J]. *The Open Electrical & Electronic Engineering Journal*, 2015, 9: 386-392
- [25] Tang Min, Lin Jiang, Tong Ruofeng. Graphic hardware accelerated continuous collision detection between deformable objects[J]. *Chinese Journal of Computer*, 2010, 33(10): 2022-2030(in Chinese)
(唐敏, 林江, 童若锋. 图形硬件加速的柔性物体连续碰撞检测[J]. *计算机学报*, 2010, 33(10): 2022-2030)
- [26] Liang Xiuxia, Han Huijian, Zhang Caiming. Survey of cloth animation based on physical simulation[J]. *Journal of Computer Research and Development*, 2014, 51(1): 31-40(in Chinese)
(梁秀霞, 韩慧健, 张彩明. 基于物理仿真的布料动画研究综述[J]. *计算机研究与发展*, 2014, 51(1): 31-40)
- [27] Zhu Huaibing, Jin Xiaogang, Feng Jieqing, *et al.* Survey on cloth animation[J]. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2004, 16(5): 613-618(in Chinese)
(朱淮冰, 金小刚, 冯结青, 等. 布料动画模拟综述[J]. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2004, 16(5): 613-618)